

---

# Programas de transferencias condicionadas. Focalización basada en Aprendizaje Estadístico

---

Elina Gómez Bonaglia

Natalia da Silva

Nº1/24

2024

Universidad de la República.  
Facultad de Ciencias Económicas y de Administración,  
Instituto de Estadística (IESTA)

Montevideo, Uruguay.



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución - NoComercial - CompartirIgual 4.0 Internacional.

Forma de citación sugerida para este documento:

Gómez Bonaglia, E., da Silva, N. (2024) *Programas de transferencias condicionadas. Focalización basada en Aprendizaje Estadístico* (Serie Documentos de Trabajo; Nº1/24). Montevideo: Universidad de la República. Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Instituto de Estadística.  
<https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/handle/20.500.12008/10518>

# Programas de transferencias condicionadas. Focalización basada en Aprendizaje Estadístico

Elina Gómez Bonaglia<sup>1</sup>; Natalia da Silva<sup>2</sup>;  
*Unidad de Métodos y Acceso a Datos*  
*Facultad de Ciencias Sociales*  
*Universidad de la República*

## Resumen

El objetivo de este trabajo es analizar y contextualizar los mecanismos de focalización que utilizan los Programas de Transferencias Condicionadas (PTC) para seleccionar sus beneficiarios. Específicamente se analiza el programa de Asignaciones Familiares del Plan de Equidad (AFAM-PE) de Uruguay y se proponen alternativas para mejorar la focalización de estos programas.

Se exploran mecanismos de focalización alternativos a los métodos tradicionales con el objetivo de contar con herramientas que mejoren la asignación de los recursos de los PTC como ser el programa de AFAM-PE. Para ello se utilizan métodos de aprendizaje estadístico que muestran ventajas comparativas en términos de reducción de errores de exclusión e inclusión en problemas de similares características en trabajos recientes en la región.

El método para seleccionar las personas beneficiarias de AFAM-PE en Uruguay se basa en el cálculo del Índice de Carencias Críticas (ICC) del Ministerio de Desarrollo Social (MIDES) que permite definir la elegibilidad. Este índice es construido en base a un modelo econométrico de tipo Probit. La estrategia basada en métodos de aprendizaje estadístico para definir elegibilidad propuesta e implementada en este trabajo es contrastada con el modelo econométrico utilizado en la actualidad.

Los resultados muestran que los métodos de aprendizaje estadístico cuentan con un buen desempeño para predecir hogares beneficiarios del programa AFAM-PE. El mejor modelo muestra una precisión global de 96 % en el conjunto de testeo. A su vez dichos modelos mejoran la focalización respecto al modelo econométrico utilizado actualmente. Se encuentran reducciones importantes en los errores de exclusión e inclusión entre los menores de edad, logrando un mejor desempeño en cuanto a la clasificación de la población objetivo. En base a bosques aleatorios se obtienen una reducción de 11,3 % de los errores de focalización con respecto al modelo Probit utilizado para la construcción del ICC que define a las personas beneficiarias.

---

<sup>1</sup>Unidad de Métodos y Acceso a Datos (UMAD), Facultad de Ciencias Sociales, UDELAR;  
*email:elina.gomez@cienciassociales.edu.uy*

<sup>2</sup>Instituto de Estadística (IESTA), Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, UDELAR;  
*email:natalia.dasilva@fcea.edu.uy*, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6031-7451>

**Palabras clave:** Aprendizaje Estadístico, Focalización, Transferencias Monetarias Condicionadas, América Latina

## ABSTRACT

The aim of this paper is to analyze and contextualize the targeting mechanisms used by Conditional Cash Transfer Programs (CCTs) to select their beneficiaries. Specifically, it examines the Family Allowances Program within the Equity Plan (AFAM-PE) in Uruguay and proposes alternatives to improve the targeting effectiveness of these programs.

Alternative targeting mechanisms are explored to provide tools that enhance resource allocation in CCT programs, such as AFAM-PE. To this end, statistical learning methods are employed, demonstrating comparative advantages in reducing exclusion and inclusion errors in similar cases addressed in recent regional studies.

The current method used to select AFAM-PE beneficiaries in Uruguay relies on the calculation of the Critical Needs Index (ICC) by the Ministry of Social Development (MIDES), which determines eligibility. This index is constructed based on a Probit econometric model. The targeting strategy proposed in this study, using statistical learning methods to define eligibility, is contrasted with the currently employed econometric model.

The results show that statistical learning methods enhance predictive performance in identifying households eligible for the AFAM-PE program. The best model achieves an overall accuracy of 96% on the test set. Additionally, these methods improve targeting for AFAM-PE compared to the existing econometric model. Significant reductions in exclusion and inclusion errors were observed among minors, achieving a better performance in classifying the target population. Using random forests, a 11.3% reduction in targeting errors was achieved compared to the Probit model used for constructing the ICC, which defines eligible beneficiaries.

**Key words:** Statistical Learning Methods, Conditional Cash Transfers, Targeting, Latin America

## 1. Introducción

En este trabajo se contextualiza y analizan los mecanismos de focalización utilizados en los Programas de Transferencias Condicionadas (PTC) en América Latina para seleccionar las personas beneficiarias. Los resultados presentados se basan en el trabajo de tesis de Maestría en Estudios Contemporáneos de América Latina (DS-FCS) realizado por Elina Gómez Bonaglia [11].

Los PTC tienen su origen en América Latina hacia fines de los años noventa, momento en que se identifica un cambio de rumbo en los programas tendientes a reducir la pobreza. Tenían como objetivo *aliviar la pobreza corriente, apoyando el consumo de los hogares más pobres mediante transferencias otorgadas principalmente a las madres de familia, y contribuir a romper la transmisión intergeneracional de la pobreza con esquemas de condicionalidades dirigidos a fomentar la acumulación de capital humano entre los niños* [14]. Inicialmente aplicados en países como Brasil y México, luego se expandieron por toda la región con características particulares según la estructura social y poblacional, así como el contexto político de implementación.

Los PTC tuvieron la particularidad de desarrollar diversos mecanismos de focalización tendientes a una asignación eficiente de los recursos en toda América Latina. El carácter focalizado de los PTC ha implicado el desarrollo de sistemas de monitoreo y evaluación sin precedentes, lo cual ha permitido dar cuenta de su cobertura e impactos, así como de sus limitaciones y necesidad de ajuste en el tiempo [14].

Un estudio reciente en Colombia y Costa Rica [20], encuentra evidencia de mejoras importantes en términos de reducción de errores de exclusión e inclusión utilizando métodos basados en Aprendizaje Estadístico (AE) para definir las personas beneficiarias de PTC en dichos países. Tomando dicho antecedente como referencia, el presente trabajo se propone implementar este tipo de métodos para el caso Uruguayo, enfocado en el programa Asignaciones Familiares del Plan de Emergencia (AFAM-PE) a partir del procesamiento de la Encuesta Continua de Hogares (ECH) de 2018. Finalmente se comparan los resultados del método de focalización utilizado por el Ministerio de Desarrollo Social (MIDES) para definir la elegibilidad en base a un modelo econométrico de tipo Probit [2] con los resultados obtenidos en base a los métodos de aprendizaje estadístico implementados como forma alternativa para definir elegibilidad.

## 2. Marco teórico

Los sistemas de protección social en América Latina han ido variando sus características y enfoques a lo largo del tiempo en estrecho vínculo con el rol del Estado en la atención

de situaciones de pobreza y desigualdad cada vez más profundas.

Los PTC son el principal, aunque no único, instrumento del componente no contributivo de este tipo de prestaciones y se caracterizan por la entrega de recursos monetarios a hogares, generalmente con menores a cargo, aunque también se consideran otros tipos de arreglos. El objetivo fundamental de estos programas es el de *aliviar la pobreza corriente, apoyando el consumo de los hogares más pobres mediante transferencias otorgadas principalmente a las madres de familia, y contribuir a romper la transmisión intergeneracional de la pobreza con esquemas de condicionalidades dirigidos a fomentar la acumulación de capital humano entre los niños* [14].

La definición de las poblaciones objetivo de los PTC es heterogénea entre los países de la región, e incluso coexisten programas con diferentes orientaciones en un mismo país. Existe una vasta literatura que compara los diferentes PTC de la región, principalmente analizando los criterios de elegibilidad [16, 7, 6]. Las unidades en las que intervienen generalmente se asocian con los hogares en situación de pobreza o indigencia, aunque hay casos de prestaciones individuales, y en su mayoría se prioriza la presencia de menores de edad como forma de promover la escolarización, así como, en algunos casos, se consideran otras categorías específicas de acuerdo con los objetivos planteados por el programa (discapacidad, personas mayores, inmigrantes, entre otros). Las personas receptoras de la prestación son en general jefas de hogar o madres, vinculado a la noción de una mayor optimización del gasto por parte de estas [6].

Como fue mencionado, uno de los objetivos primordiales de los PTC implementados en la región es el incremento del capital humano de niños, niñas y adolescentes, así como la capacidad de los hogares para enfrentar los riesgos sociales. Para ello, las condicionalidades aparecen como el instrumento para incentivar el cumplimiento de ciertas conductas o requerimientos generalmente vinculados al ámbito educativo o sanitario. Estas difieren según las características de los programas en los diferentes países de América Latina, así como sus procesos de verificación, elemento fundamental para, por ejemplo, evitar conductas clientelares.

### **Los mecanismos de focalización de los PTC**

El cometido primordial de los métodos de focalización es orientar la asignación de recursos destinados a los PTC de forma eficiente hacia personas/hogares en situación de mayor vulnerabilidad, a partir de la aplicación de mecanismos que definen criterios de elegibilidad.

A la hora de definir un método de focalización, es fundamental delimitar la población objetivo de un PTC, considerando criterios socioeconómicos, demográficos o una combinación de ambos [14]. Los tipos de focalización que se consideran, según la tipología de Coady et al. [9], son la evaluación de tipo individual o familiar a través de la comprobación de medios de vida simples, es decir, basados en autodeclaraciones de ingresos o sustitutivos,

en los cuales se relevan características del hogar que dan cuenta de un nivel de bienestar determinado. Dentro de este tipo individual o familiar se encuentra también la focalización comunitaria, la cual asigna a sus miembros la responsabilidad de definir los beneficiarios de un PTC. Por su parte, la focalización categórica se vincula con el requisito de pertenencia a un grupo específico, delimitado en términos de edad o género, por ejemplo, que son sencillamente comprobables, y que generalmente se encuentran correlacionados con situaciones de pobreza. Por último, la focalización geográfica refiere a la elegibilidad de los hogares que pertenecen a determinado territorio atendiendo a características como la incidencia de la pobreza [9, 14].

Al analizar los mecanismos utilizados en los diferentes PTC de América Latina, se observa que en la gran mayoría de los casos se utilizan métodos combinados y en etapas, siendo el de comprobación sustitutiva de los medios de vida, uno de los más extendidos en la última década [14]. En esta línea, según un relevamiento reciente de veintinueve programas de veinte países de América Latina y el Caribe, el 71 % de estos utiliza dicho mecanismo, seguido por la focalización categórica en el 38 % de los casos, atendiendo a variables como la edad, sexo u otras relevantes, y geográfico en el 36 % [16]. Al respecto, en el caso de la comprobación sustitutiva de medios de vida, generalmente se construyen índices que buscan predecir el ingreso o nivel de bienestar de los hogares, utilizando diferentes métodos estadísticos para tal fin. Por su parte, un aspecto relevante a la hora de diseñarlos, siguiendo a Coady et al. [9], es la no inclusión de variables manipulables por los posibles beneficiarios o de dimensiones que tengan relación directa con los objetivos del programa. La evaluación de los mecanismos de selección descritos se realiza estimando la subcobertura del PTC vinculada al error de exclusión o aquellos hogares o personas que cumpliendo los criterios de elegibilidad no son beneficiarios. Además, se estima la *filtración* o error de inclusión, es decir aquellos hogares que son beneficiarios aún no cumpliendo con los requisitos definidos. Como afirman Cecchini y Madariaga [6], en muchos casos de PTC de la región, existe una preocupación mayor por atender las situaciones vinculadas al error de exclusión a través de fortalecer los mecanismos de fiscalización y control, mientras que el énfasis debería estar puesto en la disminución de los errores de inclusión.

### **Transferencias monetarias condicionadas en Uruguay**

El contexto en el que surgen los PTC en Uruguay se caracteriza por un período económico expansivo que inicia en 2003, luego de la crisis financiera y económica del 2002, una de las mayores crisis económicas que sufrió el país, con graves consecuencias sociales y deterioro de la situación de pobreza y vulnerabilidad. El cambio de gobierno que tuvo lugar en 2005 significó un cambio de rumbo político y puesta en marcha de reformas estructurales de peso como el Sistema Integrado de Salud, la reforma de la Seguridad Social y el Plan de Equidad [19]. En este marco económico y político, se creó el Ministerio de Desarrollo Social (MIDES) y se implementó el Plan de Atención a la Emergencia Social (PANES)

como el primer conjunto de instrumentos, con componentes de corte no contributivo como el Ingreso Ciudadano (IC), que buscaban paliar las situaciones de emergencia y pobreza extrema, consecuencia de la recesión y crisis económica y social de principio de siglo. El PANES desde su diseño tenía un carácter temporal y transicional, y dio lugar, en el año 2008, al Plan de Equidad, cuya principal prestación es el programa AFAM-PE, que modifica el sistema tradicional de asignaciones que existía en el país, en términos de selección, montos y contraprestaciones (Informe Mides 2017-2018, Dinem-Mides). Dicho instrumento se combina con la Tarjeta Uruguay Social (TUS), surgida en 2006, y se centra en la atención a situaciones de pobreza extrema de sesenta mil hogares, a través de una transferencia monetaria en formato tarjeta electrónica dirigida a la adquisición de bienes básicos de alimentación e higiene.

### *Programa Asignaciones Familiares del Plan de Equidad (AFAM-PE)*

El principal cometido del Plan de Equidad (2008) es *Asegurar el pleno ejercicio de los derechos ciudadanos de todas y todos los habitantes del territorio nacional, en especial de quienes se encuentran en una situación de vulnerabilidad social, a través de la nivelación de sus oportunidades de acceso en lo que refiere a servicios sociales universales, ingresos a través del trabajo digno y prestaciones sociales básicas* [18]. En este marco, la Ley 18.227<sup>3</sup> crea un sistema de asignaciones familiares que será gestionado por parte del Banco de Previsión Social (BPS) y el MIDES, la cual define la población objetivo y los criterios de elegibilidad de la prestación. Así también, la normativa precisa que la cobertura de la transferencia sería de forma gradual, comenzando con 330.000 beneficiarios en el primer año, y alcanzando los 500.000 beneficiarios en el año 2009. Por tanto, las AFAM-PE se constituyen, desde la promulgación de la ley y hasta el presente como la principal transferencia monetaria no contributiva del país<sup>4</sup> orientada a atender a los hogares vulnerables. La población objetivo son los niños, niñas y adolescentes menores de 18 años, embarazadas y personas en situación de discapacidad que viven en hogares con mayores niveles de vulnerabilidad socioeconómica. Uno de los cometidos de la prestación se corresponde con la permanencia de los menores en el sistema educativo y promover los controles regulares de salud, por lo cual ambas dimensiones representan las condicionalidades que deben cumplir los beneficiarios para su permanencia en el programa [18].

En lo que refiere a lo operativo, las formas de ingreso al programa AFAM-PE puede darse mediante declaración jurada o visita en territorio por parte del equipo técnico del MIDES, mediante ambas vías se registra información necesaria para evaluar la elegibilidad del hogar, así como desde BPS se controla que no sobrepasen ciertos umbrales de ingreso per-cápita. Los beneficiarios cobran la transferencia monetaria de forma mensual, a través

<sup>3</sup>Ver en: <https://legislativo.parlamento.gub.uy/temporales/leytemp3968086.htm>

<sup>4</sup>Cabe aclarar que dicho régimen coexiste con el componente contributivo definido por la Ley 15.084 de 1943, que reglamenta las Asignaciones Familiares destinada a trabajadores de la actividad privada.

de un mayor de edad responsable, y los montos se calculan a partir de la conformación del hogar, un monto básico según cantidad de integrantes, aplicando una escala de equivalencia<sup>5</sup>, y un complemento para aquellos integrantes que asistan a educación secundaria. La revisión del monto es de carácter mensual y se ajusta según el Índice de Precios al Consumo (IPC) [16].

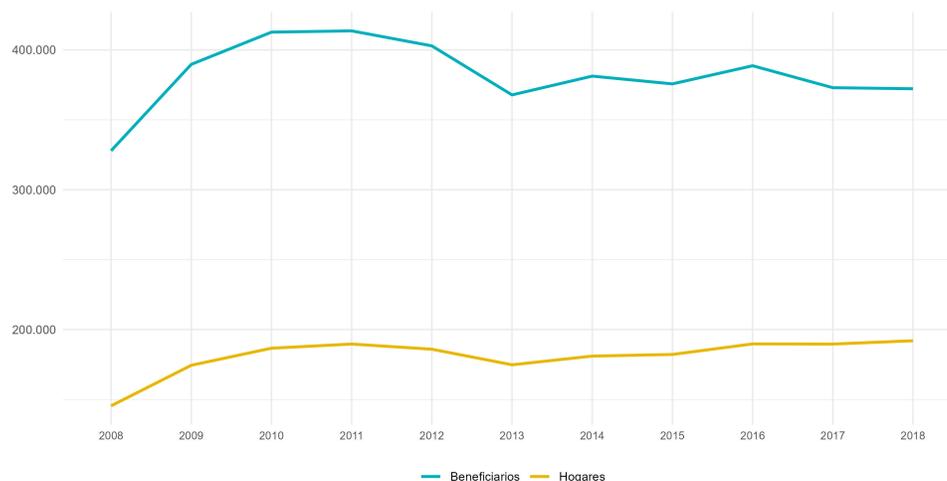


Figura 1: Evolución de la cobertura del programa AFAM-PE, total país, 2008-2018.

Fuente: Elaboración propia con base en datos extraídos de Informe Mides 2017-2018, Dinem-Mides.

En términos de cobertura, en la Figura 1 se presenta la evolución para la década 2008-2018. En el año 2011 la prestación alcanza su mayor valor en cuanto a cantidad de beneficiarios, 413.619 menores de edad, valor que disminuye sostenidamente y alcanza los 372.231 en 2018. Así también, cabe destacar que, si se analiza la evolución por tipo de beneficio para el mismo rango temporal, se registra un aumento sostenido de los beneficiarios que asisten a educación media, pasando de 16,8 % en 2008 a 24,1 % en 2018. Sin embargo la gran mayoría de las prestaciones (70,5 %) continúan siendo destinadas a escolares y menores de 5 años [18].

### *Mecanismos de focalización*

El programa AFAM-PE define como método de selección de sus beneficiarios la comprobación sustitutiva de medios de vida. El instrumento que se utiliza para dar cuenta del nivel de vulnerabilidad de los hogares y evaluar si estos forman parte de la población

<sup>5</sup>La aplicación de una escala de equivalencia según cantidad de menores de edad se basa en la noción de economías de escala en la gestión del gasto a nivel del hogar, el cual no es proporcional según número de integrantes.

objetivo, definida por el programa en la ley que lo crea, es el Índice de Carencias Críticas (ICC)<sup>6</sup>. Este fue creado en el año 2008 en convenio entre el MIDES y la Udelar, y como se menciona en un informe interno que detalla su diseño (DAES-Dinem y Mides, 2013): *La metodología propuesta para captar a la población objetivo combina un abordaje multidimensional de la situación socioeconómica de los hogares, con la concepción más clásica de pobreza asociada a los ingresos. Como resultado surge el ICC, un indicador que sintetiza información respecto a la situación de los hogares en distintas dimensiones entre las que no se incluye el ingreso, aunque este sí se utiliza como referencia en la elaboración de dicha síntesis.* Por lo tanto, a partir de definir como población objetivo a los hogares con menores de edad que pertenecen al primer quintil<sup>7</sup> de ingreso, para la construcción del ICC, se estima un modelo probit que predice la probabilidad de que un determinado hogar pertenezca a dicha categoría, considerando variables incluidas en la Encuesta Continua de Hogares (ECH-INE) como la educación, la vivienda, la composición del hogar y el confort[2]. Al respecto cabe mencionar que la selección de las variables utilizadas para el cálculo del ICC, como se observa en la Tabla 1, se orienta a atributos que poseen una alta correlación con la variable dependiente y que se consideran de difícil manipulación, lo cual le aporta estabilidad a la medición.

Variables	Detalle
Hacinamiento	Variable binaria que indica si el hogar está en condiciones de hacinamiento (más de dos personas por habitación para dormir).
Arrendatario	Variable binaria que indica si el hogar es arrendatario.
Ocupante	Variable binaria que indica si el hogar es ocupante.
Servicio sanitario sin descarga instantánea de agua o vivienda sin baño	Variable binaria que indica si el servicio sanitario con el que cuenta el hogar no tiene descarga automática de agua o el hogar no cuenta con servicio sanitario.
Servicio sanitario entubado u otro	Variable binaria que indica si el hogar tiene evacuación del servicio sanitario por medio de un entubado hacia el arroyo u otro (superficie, etc.).
Índice compuesto de acceso a bienes durables y servicios	Variable construida por medio de un análisis factorial que aproxima al stock de riqueza del hogar.
Tamaño del hogar	Logaritmo del número de integrantes del hogar.
Techo planchada de hormigón sin protección	Variable binaria que indica que el material predominante del techo es hormigón sin protección.
Techo liviano con cielorraso	Variable binaria que indica que el material predominante del techo es liviano con cielorraso.
Techo liviano sin cielorraso o quincha o materiales de desecho	Variable binaria que indica que el material predominante del techo es liviano sin cielorraso o de quincha o materiales de desecho.
Piso de alisado de hormigón o solo contrapiso sin piso	Variable binaria que indica que el material predominante del piso es alisado de hormigón o contrapiso sin piso.
Tierra sin piso ni contrapiso	Variable binaria que indica que el material predominante del piso es de tierra sin piso ni contrapiso.

Tabla 1: Variables incluidas en el Índice de Carencias Críticas (ICC)  
Fuente: Mides - ICC rev. 2012

<sup>6</sup>Su uso trasciende el programa AFAM-PE y es aplicado para focalizar otros programas de transferencias como TUS y otros de diferente naturaleza como Cercanías o Uruguay Trabaja.

<sup>7</sup>La decisión de definir el primer quintil de ingreso como variable dependiente forma parte del diseño inicial del ICC que, dado el carácter general de la definición de población objetivo incluida en la ley, opta por operacionalizarla utilizando el 20% de los hogares de menores ingresos.

El resultado de dichas estimaciones es un conjunto de ponderadores para cada una de las variables consideradas, siendo diferentes para el caso de Montevideo como para los restantes departamentos del país, que son resumidos en un índice de variación entre 0 y 1 en términos de probabilidad de encontrarse en el primer quintil de ingreso. Inicialmente, el ICC fue construido con base en la ECH del año 2006, y años más tarde se llevó a cabo una revisión de las variables y ponderadores según ECH 2011, cuyos cambios se implementaron a partir del año 2013. Luego de contar con dicha estimación, se definen umbrales de elegibilidad para lograr una cobertura en consonancia con el mandato incluido en la ley que reglamenta las AFAM-PE, el cual se ubica en 500.000 menores luego de 2009. Sin embargo, en la actualidad permanecen vigentes los umbrales definidos en la revisión de 2013, lo cual, en un contexto de crecimiento económico y mejora de las características de los hogares, implica una menor cobertura a partir de un aumento de los errores de exclusión y disminución del error de inclusión. Si nos centramos en los resultados de la focalización desde su diseño existen múltiples documentos que lo evalúan<sup>8</sup>, no solo a partir de comparar la elegibilidad con captación en ECH o cobertura efectiva, sino que considerando otras medidas de vulnerabilidad como son la pobreza monetaria y las Necesidades Básicas Insatisfechas (NBI) o características poblacionales generales. A partir del método clásico para medir la focalización, como fue conceptualizado al inicio, se calculan los dos tipos de errores, de inclusión o filtración y de exclusión o subcobertura. Las estimaciones se realizan a partir de la ECH, con algunas dificultades asociadas a la captación de las personas beneficiarias<sup>9</sup>, que se ubica, según cálculos propios del MIDES para el año 2018, en 87,4%<sup>10</sup>, la elegibilidad se estima solo mediante el método de ICC y sin considerar las condicionalidades previstas o los controles de topes de ingreso que realiza el BPS. La temporalidad considerada puede acarrear un desfase entre la situación socioeconómica de la persona beneficiaria al momento de definir su elegibilidad, según los medios previstos para la recolección de la información y su situación en las estimaciones de ECH [18]. Teniendo en cuenta las advertencias precedentes, para el año 2018 los errores asociados a la focalización de AFAM-PE se estiman en 35,8% (exclusión) y 23,4% (inclusión), contrastando la población elegible según ICC con la captación en ECH. En otro estudio reciente, Lavalleja y Tenenbaum [16] también realizan dicho ejercicio considerando no ya

---

<sup>8</sup>Existe una serie de documentos denominada *Aportes a la conceptualización de la pobreza y la focalización de las políticas sociales en Uruguay*, publicada en el año 2013 por el Departamento de Análisis y Estudios Sociales de la Dirección Nacional de Evaluación y Monitoreo del Ministerio de Desarrollo Social (DAES DESyTC Dinem).

<sup>9</sup>Villatoro y Cecchini [8] realizan un análisis exhaustivo acerca de las discrepancias entre los registros administrativos y las encuestas de hogares, en cuanto a la captación de las personas beneficiarias de los programas de transferencias no contributivas de 13 países de la región. Concluye que, al igual que sucede en EE.UU. y Europa, dichas inconsistencias se vinculan más a una sub-captación de las encuestas que a falencias en los sistemas de registro de los PTC.

<sup>10</sup>Extraído del documento de trabajo *Captación de Asignaciones Familiares del Plan de Equidad (AFAM-PE) en las Encuestas Continuas de Hogares* (DAES Dinem, 2019).

la población elegible según ICC, sino la población objetivo de AFAM-PE definida como los quinientos mil menores de edad con ingresos per cápita más bajos (sin condicionalidades ni topes de ingreso), y encuentra que los errores en el año 2017 se ubican en 39 % (exclusión) y 10 % (inclusión). Así también, Coady et al. [9] plantean que evaluar la focalización de los programas de transferencias monetarias centrando el análisis en la cobertura presenta carencias vinculadas a que aquellos hogares beneficiarios que se encuentran en los límites en cuanto a ingreso, ya que se consideran de igual modo que aquellos en situación opuesta, es decir que no se considera el factor distributivo de la prestación. En ese sentido es que plantean un enfoque alternativo que busca combinar la cobertura con la distribución del gasto según deciles o quintiles de ingreso. Para el caso de AFAM-PE el porcentaje de gasto destinado a los cuatro deciles inferiores de ingreso (40 %) asciende a 91 % en 2018 [18].

### 3. Metodología

En esta sección se presentan estrategias alternativas de focalización para la selección de beneficiarios para el caso del PTC AFAM-PE, las mismas se basan en métodos de aprendizaje estadístico supervisado.

La estrategia planteada se contrapone a las estrategias de focalización clásicas como la presentada anteriormente que tienen un enfoque paramétrico donde se asume una distribución para el proceso generador de los datos entre otros supuestos. Mientras que el enfoque alternativo que presentaremos es no paramétrico donde no se realizan supuestos sobre el proceso generador de datos y en general permiten capturar estructuras y relaciones más complejas que los métodos clásicos. En este sentido la contraposición de estrategias que se compararán se pueden contextualizar en términos del controvertido artículo de Breiman [4], donde se contraponen las *dos culturas* haciendo referencia a la cultura de *la modelización de datos* y la cultura de *modelado algorítmica*. Por un lado, *la modelización de datos* en la que subyace la noción de que los datos son producidos por modelos estocásticos y buscan conectar variables predictoras (independientes) y variable de respuesta (dependientes), entre los cuales se encuentran los modelos econométricos *tradicionales*, regresiones lineales y sus derivados. Por otro lado, aquellos centrados en la *modelización algorítmica* que consiste en encontrar una función de las predictoras que mejor prediga la variable de respuesta. Estos métodos son diseñados para capturar relaciones complejas, no lineales, no captadas por los métodos clásicos y cuyo interés fundamental se centra en el desempeño predictivo [4]. Los métodos de aprendizaje estadístico se encuentran en este segundo grupo.

En este contexto en términos generales la relación entre la respuesta (Y) y las predictoras (X) se puede representar como:

$$Y = f(\mathbf{X}) + \epsilon$$

donde  $f(\mathbf{X})$  representa el componente determinístico y  $\epsilon$  aleatorio, representa desviaciones respecto al componente medio. Hay distintos tipos de métodos de aprendizaje estadístico según el objetivo y la disponibilidad de la variable de respuesta. Los principales son:

- **Supervisado**, cuando la variable de respuesta  $Y_i$  está disponible para todas las  $X_i$ . El problema se dice de regresión si  $y_i$  es cuantitativa y de clasificación cuando  $y_i$  es categórica.
- **No supervisado**, cuando  $Y_i$  no está disponible para ningún  $X_i$ .
- **Semi supervisado**, si  $Y_i$  está disponible para algunas  $X_i$

Como se mencionó al inicio de esta sección, se usarán métodos de aprendizaje estadístico supervisado como estrategia alternativa de focalización. Para definir los beneficiarios del programa AFAM-PE en base a la comprobación sustitutiva de medios de vida se definen las variables de respuesta y predictoras de similar forma que la metodología utilizada para el ICC para que los resultados sean comparables. De esta manera se construyen quintiles de ingreso de los hogares en base a la ECH 2018 y se utiliza como variable de respuesta categórica la pertenencia o no a los dos primeros quintiles de ingreso. A su vez las variables predictoras utilizadas serán las mismas que las utilizadas en la definición del ICC. En la Sección 4 se describe la construcción de variables y datos utilizados en más detalle.

A partir del marco de referencia precedente se compararán ambos tipos de modelos. En primer lugar, se ajusta un probit intentando replicar los resultados aplicando la metodología del ICC usando datos de la ECH 2018. Posteriormente se aplican dos métodos de aprendizaje estadístico como metodologías alternativas, *Random Forest* y *Stochastic Gradient Boosting*. Esta comparación permitirá aportar evidencia adicional sobre la hipótesis que los métodos basados en aprendizaje estadístico logran mejorar el desempeño predictivo y de esa forma ganar mayor eficiencia al disminuir los errores de focalización como indican los antecedentes al respecto [1, 20, 17].

### 3.1. Modelos a comparar

En esta subsección se describen brevemente los métodos seleccionados para comparar las estrategias de focalización siendo la variable de respuesta categórica.

#### *Probit*

El modelo *probit* se puede definir dentro del marco de los modelos lineales generalizados (GLM). Los modelos lineales generalizados son una forma general de describir un subconjunto amplio de modelos donde se encuentra el modelo lineal, la regresión logística, la regresión probit entre otros. Este tipo de modelos tienen tres componentes básicos:

- La variable de respuesta  $Y$  tiene una distribución de la **familia exponencial**
- Un **predictor lineal**, donde se incluyen las variables explicativas  $\eta = X\beta$
- Una **función link** que vincule el predictor lineal con la media de la respuesta  $\eta = g(\mu)$

En este contexto un modelo de regresión probit se puede definir de la siguiente forma:

- $y_i \sim Ber(\mu_i)$
- $\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i3} \dots + \beta_k x_{ik}$
- $\eta_i = g(\mu_i) = \Phi^{-1}(\mu_i)$

Donde la variable de respuesta  $Y$  es dicotómica,  $\Phi$  es la función de distribución acumulada de la distribución normal.

En la formulación de *variable latente*, [12],

$$P(y_i = 1/x_i) = \Phi(X_i \beta)$$

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{Si } z_i < 0 \\ 0 & \text{Si } z_i > 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$z_i = X_i \beta + \epsilon_i \quad (2)$$

$$\epsilon_i \sim N(0, 1) \quad (3)$$

donde el error latente  $\epsilon_i$  tiene distribución normal con media cero y desviación típica 1.

### ***Random Forest***

*Random Forest* [3] se encuentra dentro de los métodos de agregación supervisada cuya idea básica es combinar múltiples modelos individuales para construir un modelo predictivo en general más preciso. Dentro de los métodos de agregación más comunes encontramos *bagging*, *boosting*, *random forest* entre otros. La diferencia principal entre los métodos de

agregación son; el tipo de modelos individuales a ser combinados, las tareas que se asignan a cada modelo y la forma en que estos modelos son combinados.

Random forest se basa en combinar árboles individuales de tipo CART [5] utilizando dos ideas principales: selección de muestras aleatorias bootstrap con lo que se entrena cada árbol individual y selección aleatoria de variables en la construcción de cada árbol para la partición de cada nodo. Estos dos niveles de aleatoriedad en la construcción del árbol tienen el objetivo de mejorar la precisión del algoritmo respecto a un sólo árbol individual reduciendo la varianza al combinar varios predictores individuales. En segundo lugar, comparado con métodos como *bagging* el objetivo es combinar modelos individuales que sean más diferentes entre sí y así reducir la correlación entre los mismos [13].

El método puede ser utilizado tanto para problemas de clasificación como de regresión supervisada, en este caso describiremos brevemente el método para el problema de clasificación.

Sea  $d_n = \{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i=1}^n$  el conjunto de entrenamiento donde  $\mathbf{x}_i$  es un vector de variables explicativas  $p$ -dimensionales con  $i = 1, \dots, n$ ,  $y_i \in G$  (donde  $G$  de clases que se pueden numerar  $g = 1, 2, \dots, G$ ).  $G$  es el número de clases y  $n_g = \sum_{i=1}^n I(y_i = g)$  es el número de observaciones de la clase  $g$ .

En este contexto random forest puede ser definido como una colección de árboles de clasificación aleatorizados que notaremos como  $\{h(\mathbf{x}, \Theta_k), k = 1, \dots, B\}$  donde  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^p$  y  $\{\Theta_k\}$  son vectores aleatorios i.i.d incorporando las dos fuentes de aleatoriedad mencionadas anteriormente (selección aleatoria de variables y muestras aleatorias bootstrap).

Para cada árbol aleatorizado  $h(\mathbf{x}, \Theta_k)$ , un único voto es recolectado basado en la clase mayoritaria. En la ecuación 4 se define el estimador de random forest basado en combinar árboles aleatorizados.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \arg \max_{g \in G} \{E_{\Theta}(I(h(\mathbf{x}, \Theta) = g))\} \\ &= \arg \max_{g \in G} P_{\Theta}(h(\mathbf{x}, \Theta) = g) \end{aligned} \quad (4)$$

$E_{\Theta}$  es la esperanza respecto a  $\Theta$ . En la práctica el estimador de random forest es evaluado en base a generar  $B$  árboles aleatorios y predecir la clase más frecuente.

La ecuación 5 describe la predicción de una observación nueva  $\mathbf{x}_0$ ,

$$\hat{f}(\mathbf{x}_0) = \arg \max_{g \in G} \sum_{k=1}^B I(h(\mathbf{x}_0, \Theta_k) = g). \quad (5)$$

*Algoritmo de Random Forest:*

1. Se sortean  $B$  muestras bootstrap de  $d_n$ . donde la  $k$ -ésima muestra bootstrap la notaremos como  $b_k$
2. Usamos la muestra bootstrap  $b_k$  para crecer un árbol aleatorizado de tipo CART  $h(\mathbf{x}, \Theta_k)$ 
  - a) Comenzamos con todos los casos en  $b_k$  en el nodo raíz.
  - b) Se seleccionan  $m$  variables predictoras de las  $p$  disponibles para particionar el nodo, donde  $m \ll p$ .
  - c) Se selecciona la mejor partición entre las  $m$  variables seleccionadas y los puntos de corte según algún criterio de pureza de los nodos.
  - d) Se divide el nodo en dos nodos hijos.
  - e) Repetir de 2) a 4) hasta obtener el árbol maximal o frenar cuando se cumple algún criterio de parada general como ser la cantidad mínima de observaciones en el nodo terminal.
3. Repetir 2 para todas las réplicas bootstrap,  $k = 1, \dots, B$ .
4. El resultado es una agregación de árboles aleatorizados  $\{h(\mathbf{x}, \Theta_k)\}_{k=1}^B$ .

Este método cuenta con tres parámetros de calibración, la profundidad de los árboles que componen el bosque, así como la cantidad de árboles y la cantidad de variables seleccionadas en la partición de los nodos siendo este último el más relevante en términos de mejora en la performance en diversos estudios.

### ***Stochastic Gradient Boosting***

Los métodos de boosting al igual que los métodos de bagging son métodos de agregación que combinan modelos que individualmente no son muy buenos pero de forma agregada pueden mejorar la performance predictiva de los modelos individuales. A diferencia de bagging donde los modelos individuales son entrenados independientemente en el caso de los métodos de boosting se entrenan secuencialmente de forma que cada modelo sucesivo aprende de los errores del modelo anterior.

La idea de los métodos de agregación es disminuir el error al agregar modelos individuales, bagging y boosting usan dos estrategias diferentes. En el caso de los métodos de bagging se basan en modelos individuales con bajo sesgo y alta varianza y mediante la agregación buscan reducir esta última, como fue mencionado en el caso del *Random Forest*. En cambio, los modelos de tipo boosting parten de modelos individuales con poca varianza, pero alto sesgo, y la forma secuencial de construcción se orienta a reducir el sesgo.

*Gradient Boosting* el ajuste es secuencial y el peso de las observaciones va cambiando en cada iteración [10]

A partir de un conjunto de datos  $(x_i, y_i)$ , una de las formas básicas de aplicar el Gradient Boosting Machine es:

1. Iniciar  $\hat{g}_0() = \bar{Y}$ , calcular  $r_i^0 = Y_i - \bar{Y}$
2. Para  $b = 1, 2, \dots, B$ , se repite:
  - Obtener  $\hat{g}_b()$  en base a  $(x_i, r_i)$  con  $d + 1$  nodos terminales
  - Actualizar modelo:  $\hat{f}() = \hat{f}() + \lambda \hat{g}_b()$
  - Actualizar residuos:  $r_i = r_i - \lambda \hat{g}_b()$
3. El modelo resultante es:

$$\hat{f}(x) = \hat{g}_0(x) + \lambda \sum_b \hat{g}_b(x)$$

En particular, el *Stochastic Gradient Boosting* es una variante del método general propuesto por Friedman [10] en la que se agrega la aleatoriedad de las observaciones a la muestra de entrenamiento. En cada iteración se selecciona una muestra aleatoria simple sin reposición de la muestra de entrenamiento completa y se actualiza el modelo con estos datos en esa iteración. Incorporar aleatoriedad en el método mejora la precisión, la velocidad de ejecución del algoritmo y mejora la robustez frente al sobreajuste del modelo base [10]. La *implementación* que se utiliza para el entrenamiento del modelo corresponde a la librería *Generalized Boosted Regression Models* o *gbm* [22].

## 4. Datos y construcción de variables

La fuente de datos utilizada en el presente trabajo es la Encuesta Continua de Hogares (ECH) del Instituto Nacional de Estadística (INE) del año 2018, ya que representa la base para la construcción del ICC. Dicha información es relevada posteriormente en visitas de campo o declaraciones juradas por parte del equipo técnico del MIDES, a partir de las cuales se calcula el índice a nivel de hogar y se define la elegibilidad para AFAM-PE.

Dado que la ECH es una encuesta por muestreo con un diseño complejo es necesario tener en cuenta el mismo para no introducir sesgos en el análisis. Dentro de los métodos de aprendizaje estadístico es un tema abierto como trabajar con datos provenientes de encuestas por muestreos de forma de tener en cuenta los pesos muestrales en las estimaciones. Aunque algunos métodos permiten introducir pesos en algún sentido los mismos

no necesariamente se consideran como pesos muestrales. Dado que en este trabajo se comparan tres métodos distintos, se considera como una forma justa de comparar los métodos teniendo en cuenta el diseño muestral, trabajar con la base de datos de la ECH 2018 expandida a partir de los ponderadores anuales<sup>11</sup> definidos por el INE según la metodología detallada en la Ficha técnica Encuesta Continua de Hogares 2018. Alternativas a esta estrategia podrían ser planteadas para evaluar la sensibilidad de los resultados a la incorporación de los pesos muestrales de diferentes maneras dentro de los métodos seleccionados que no serán explorados en este trabajo. Esta estrategia permite hacer una comparación en los tres métodos considerando el efecto del diseño muestral de la misma manera.

En lo que respecta a la variable de ingreso, se toma la decisión de utilizar el mismo criterio que se empleó en la construcción original del ICC [2], es decir, considerar el ingreso a precios constantes, excluyendo el valor locativo, alquiler y los montos recibidos por concepto de transferencias AFAM-PE y TUS. A partir de este se construyen los quintiles de ingreso per cápita de los hogares en base a la ECH 2018, donde se usa esta información para construir la variable de respuesta. La variable de respuesta es categórica con dos niveles, que indican la pertenencia o no a los dos primeros quintiles de ingreso. A su vez las variables predictoras utilizadas serán las mismas que las utilizadas en la definición del ICC.

Por último, cabe mencionar que la totalidad del procesamiento de datos fue realizado utilizando el software libre y abierto  $R$ <sup>12</sup> [21] y la interfaz *RStudio* (RStudio Team, 2022)<sup>13</sup>, empleando la librería *caret*<sup>14</sup> (versión 6.0-92) [15], la cual contiene un conjunto de funciones que buscan hacer más eficiente el diseño e implementación de modelos predictivos. Para las visualizaciones se utiliza el paquete *ggplot2*<sup>15</sup> [23].

## 4.1. Estrategia metodológica

A continuación se detallan las etapas de la estrategia metodológica a seguir para la construcción y evaluación de los modelos descritos con la fuente de datos seleccionada. En la Figura 2 se presenta un esquema que resume el flujo de trabajo compuesto por el pre-procesamiento de datos, modelado estadístico y evaluación de modelos.

<sup>11</sup>(...) *La ECH se expande a la población proyectada para el año de referencia para cada uno de los departamentos del país, y para la estructura de la población a nivel total país por sexo y cinco tramos de edad (0 a 14 años, 15 a 29 años, 30 a 49 años, 50 a 64 años y 65 años o más) (INE, 2018).*

<sup>12</sup><https://www.R-project.org/>

<sup>13</sup><http://www.rstudio.com/>

<sup>14</sup><https://cran.r-project.org/web/packages/caret/index.html>

<sup>15</sup><https://ggplot2.tidyverse.org>

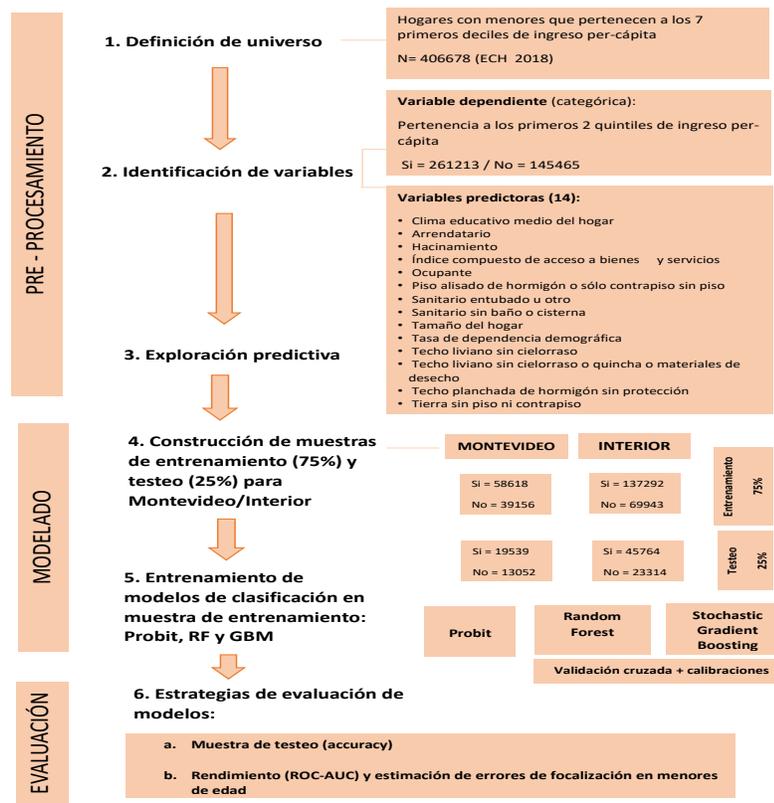


Figura 2: Esquema de la estrategia metodológica para la construcción y evaluación de modelos.  
Fuente: Elaboración propia

## 4.2. Pre procesamiento

En primer lugar, como ha sido mencionado, se parte de los microdatos de la ECH 2018 y se opta por seleccionar como universo, en línea con el reciente trabajo de Lavalleja y Tenenbaum [16], los hogares con menores pertenecientes a los primeros siete deciles de ingreso (406678 hogares)<sup>16</sup>.

En lo que refiere a la selección de variables utilizadas para entrenar el modelo, se considera como variable dependiente (categórica) la pertenencia a los dos primeros quintiles de ingreso per cápita (261213 hogares pertenecen y 145465 no pertenecen) y como variables predictoras se incluyen las mismas utilizadas por el modelo vigente del ICC (2012)

<sup>16</sup>Esta definición difiere del modelo *probit* original que predecía la probabilidad de pertenecer al primer quintil de ingreso, pero tiene ventajas en término de balance de clases y mejoras en la precisión [16].

(presentado en la Tabla 1), con una actualización de las variables que componen el índice compuesto de acceso a bienes durables y servicios<sup>17</sup>. Así también, al igual que el diseño original del ICC, se construyen modelos diferenciales para Montevideo e interior.

En la Figura 3 se presentan gráficos de mosaico que permite ver la distribución conjunta de la variable de respuesta con distintas variables predictoras utilizadas en el modelo. Se puede observar que los hogares que tienen hacinamiento, características precarias de techos (liviano o desecho) y pisos (hormigón, contrapiso o tierra) de la vivienda, presentan una mayor proporción de observaciones en los hogares con menores que pertenecen a los dos primeros quintiles de ingreso per cápita.

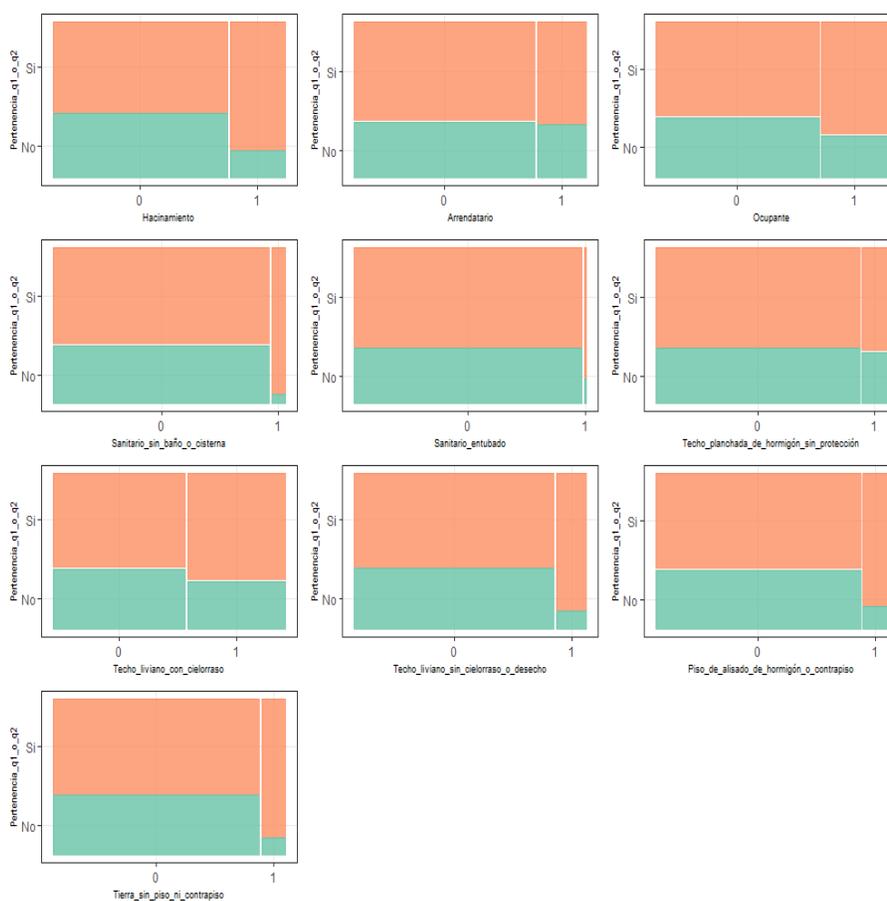


Figura 3: Gráfico de Mosaico de la variable de respuesta y siete predictorias binarias.  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

Algunas variables cuantitativas fueron categorizadas resumiendo los datos en la Figura 4

<sup>17</sup>Índice construido a partir de análisis factorial, en el cual se consideran los siguientes bienes: calefón, cable, lavarropas, microondas, computadora y automóvil.

<sup>18</sup>. En dicha figura se presentan nuevamente gráficos de mosaico de la variable de respuesta con cuatro variables predictoras, clima educativo el índice compuesto de acceso a bienes durables y servicios, dependencia demográfica y tamaño del hogar. Se puede observar que condicional en los niveles de las distintas variables consideradas la distribución de la variable de respuesta es bastante distinta notándose mayores diferencias en la distribución para el caso de índice de bienes y servicios y clima educativo. Se puede ver que la proporción de hogares que pertenecen a los dos primeros quintiles de ingreso per cápita disminuye condicional a los niveles más altos del índice de bienes y servicios, de similar manera con el clima educativo.

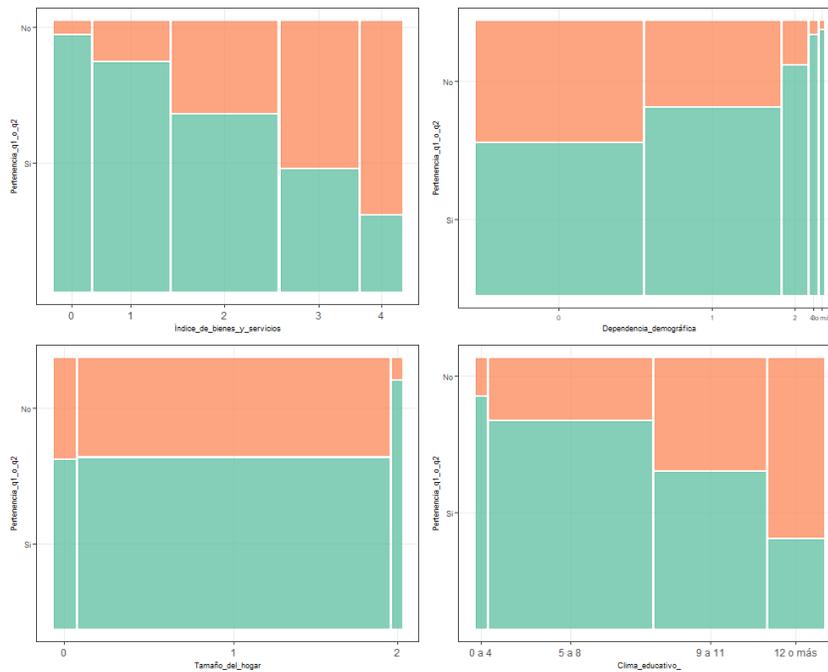


Figura 4: Gráfico de Mosaico de la variable de respuesta y cuatro variables predictoras categóricas. Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

## 5. Resultados

La estrategia utilizada para evaluar y comparar el desempeño de los tres modelos entrenados cuenta con dos etapas. En primer lugar, se separan los datos en entrenamiento y testeo, en una proporción 75 % y 25 % respectivamente y se ajustan los modelos separando los datos para Montevideo e interior. En todos los casos se evalúan las métricas de

<sup>18</sup>Las variables cuantitativas fueron agrupadas y factorizadas para optimizar la visualización.

performance con el conjunto de testeo no utilizadas para entrenar el modelo. En segundo lugar, ateniendo al caso de estudio específico, se indaga acerca de la eficiencia de los modelos en clasificar correctamente la pertenencia o no a la población objetivo definida por el programa AFAM-PE. Para ello, se toma como universo la totalidad de los menores de edad incluidos en la ECH y se comparan distintas métricas y visualizaciones para ello. En esta misma línea también se estiman los errores de focalización para cada caso considerando umbrales de elegibilidad menos restrictivos que los que define el programa en la actualidad<sup>19</sup> y de forma proporcional para cada zona geográfica, de modo que la *población elegible* incluya a los quinientos mil menores con ingresos per cápita del hogar más bajos. Para los métodos de RF y GBM que tienen parámetros de calibración los mismos se seleccionaron en base a validación cruzada. En el caso de RF se calibró el número de variables utilizadas en la partición de los nodos, el tamaño mínimo del nodo y la cantidad de árboles en el bosque. En la caso del GMB se calibra el parámetro que define la cantidad de divisiones que debe realizar un árbol a partir de un sólo nodo y el número de árboles. En el Apéndice se presentan los resultados del proceso de calibración para RF y GBM separado para Montevideo e Interior (Tablas 8, 9, 10 y 11)

A su vez, existen diversas métricas que dan cuenta del desempeño de los modelos fuera de la muestra de entrenamiento, en este caso presentaremos la exactitud o precisión que mide el porcentaje de acierto en la clasificación de cada modelo considerando la matriz de confusión resultante, cuya fórmula podría expresarse como:

$$Precisión = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN} \quad (6)$$

Donde VP y VN son las observaciones clasificadas correctamente por el modelo (Verdaderos Positivos y Verdaderos Negativos) mientras en el denominador tenemos el total de observaciones incluyendo las clasificadas incorrectamente (FP y FN, Falso Positivo y Falso Negativo).

En la Tabla 2 se presenta la precisión en el conjunto de testeo para los tres modelos comparados separando para Montevideo e interior. Se puede observar que el modelo *Probit* tiene el peor desempeño predictivo de los tres métodos con un 75% de precisión aproximadamente para Montevideo e Interior mientras que *RF* y *GBM* tienen una precisión de 96,9% y 93,5% para Montevideo y 96,0% y 87,5% para el interior respectivamente. El caso del *GBM*, presenta mayores diferencias entre ambas regiones, mientras que el *RF* tiene un nivel de precisión similar.

Durante el proceso de clasificación los algoritmos estiman la probabilidad de que cada observación pertenezca a una clase particular. Estas probabilidades se estiman teniendo

---

<sup>19</sup>No se consideran los umbrales que se utilizan en la actualidad para definir la población elegible de AFAM-PE ya que se encuentran desactualizados (para 2018 captaron, en términos absolutos, un 85,7% de la población objetivo), por lo que no permitirían la comparación certera entre modelos.

Modelo	Montevideo (%)	Interior (%)
Probit	74.2	75.8
RF	96.9	96.0
GBM	93.5	87.5

Tabla 2: Precisión de los modelos en la muestra de testeo - Montevideo e Interior  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

en cuenta el valor de corte que en general para un problema de dos clases el punto de corte es 0.5. Es posible usar otros puntos de corte lo que va a afectar el cálculo de la sensibilidad ( $\frac{VP}{VP+FN}$ ) y la especificidad ( $\frac{VN}{VN+FP}$ ). Sensibilidad y especificidad están acotados entre 0 y 1, donde valores altos implican mejor performance. Entender como cambia la sensibilidad y la especificidad de un clasificador cuando cambia el punto de corte nos da un mejor entendimiento de la performance del modelo. Este balance se resume en la curva ROC (Receiver Operating Characteristic). Esta curva muestra para cada punto de corte el valor de la sensibilidad en el eje ordenadas y 1- especificidad en el eje de abscisas. De esta forma permite evaluar el balance entre la proporción de *verdaderos positivos* y los *falsos positivos* en las predicciones que realiza un modelo, por lo que una curva en la cual el clasificador se encuentre más cercano a la esquina superior izquierda indica un mejor rendimiento del modelo, es decir mayor proporción de verdaderos positivos y menor de falsos positivos. A su vez, el área definida bajo la curva ROC se llama AUC y brinda una medida de performance del clasificador global resumida para todos los puntos de cortes, cuanto más cercana a 1 mejor es la performance del clasificador.

La Figura 5 presenta las curvas ROC para los tres modelos ensayados, considerando como variable de clasificación la pertenencia a los dos quintiles de menores ingresos. En este caso los resultados son para el modelo en el total del país, se observa una ventaja comparativa de RF y GBM con respecto al modelo Probit. La Tabla 3 presenta la métrica de AUC para Montevideo e interior siendo RF que presenta valores mayores en ambos casos (0.99 en Montevideo e Interior).

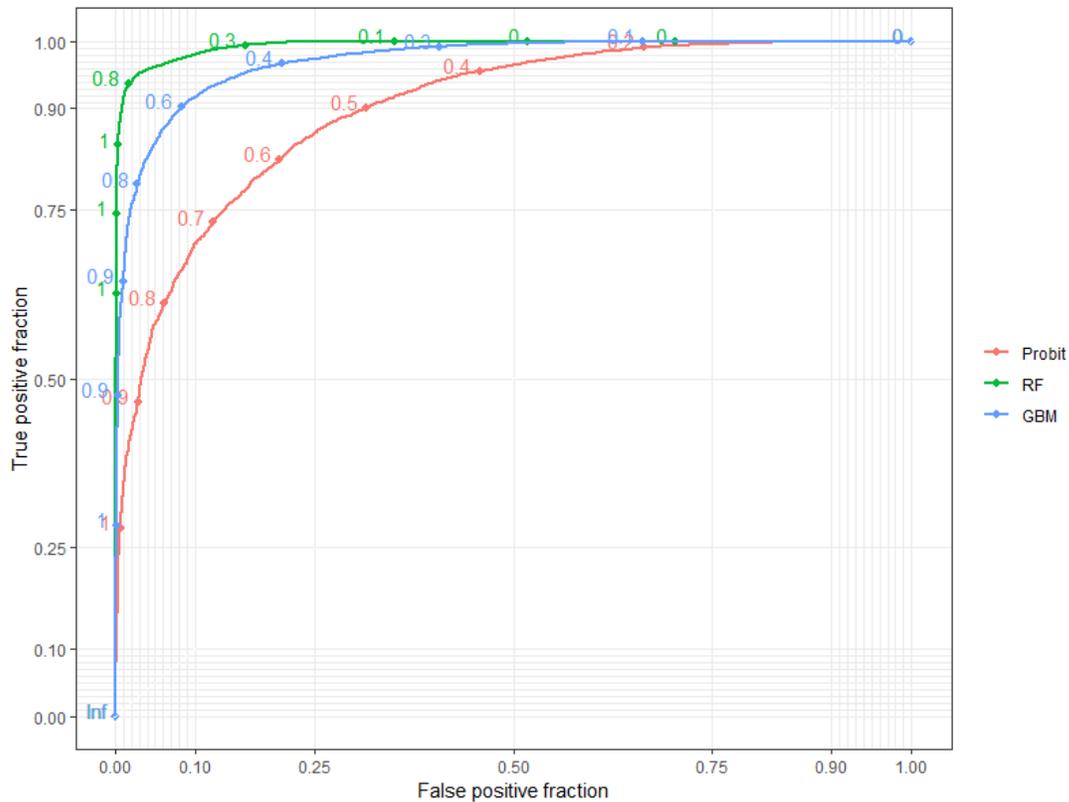


Figura 5: Curvas ROC con base en la clasificación de los primeros dos quintiles de ingreso - total país  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

Al analizar el rendimiento desagregado por región (Figura 6) es posible visualizar que, tal como señalaban antecedentes en este sentido [20], se observan diferencias en la capacidad predictiva entre ambos grupos para los modelos tradicionales (Probit) frente a los resultados obtenidos con GBM y Random Forest. Este último presenta un mejor desempeño predictivo tanto a nivel país como en su versión desagregada (Montevideo e Interior) (Tabla 3).

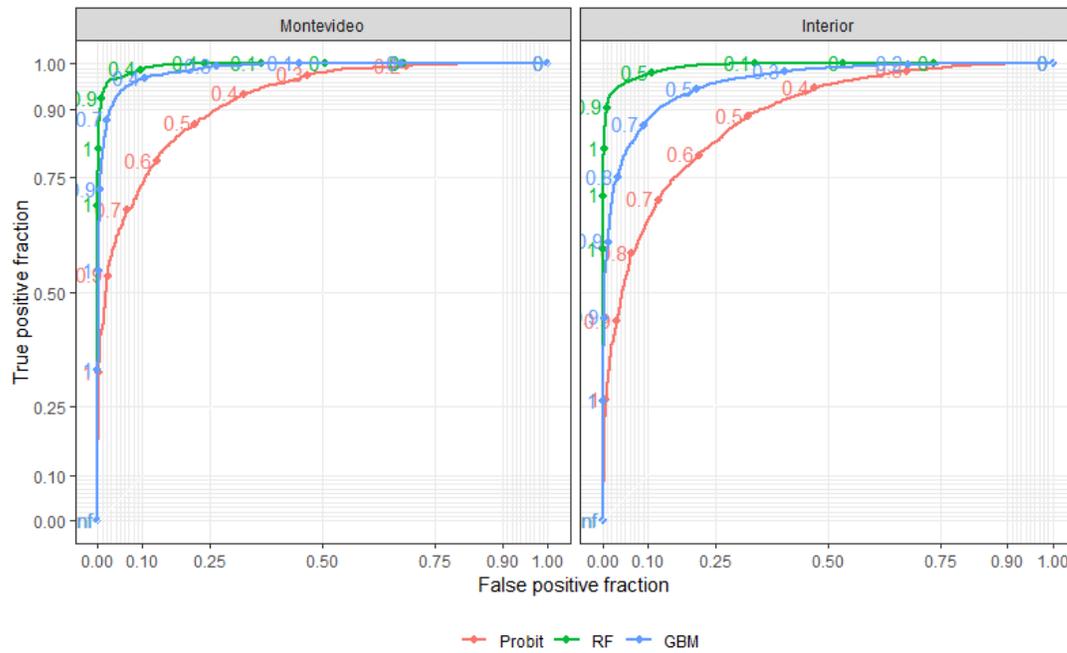


Figura 6: Curvas ROC con base en la clasificación de los primeros dos quintiles de ingreso - Montevideo e Interior

Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

Model	Montevideo	Interior
Probit	0.919	0.881
RF	0.996	0.993
GBM	0.986	0.958

Tabla 3: Métrica AUC con base en la clasificación de los primeros dos quintiles de ingreso - Montevideo e interior

Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

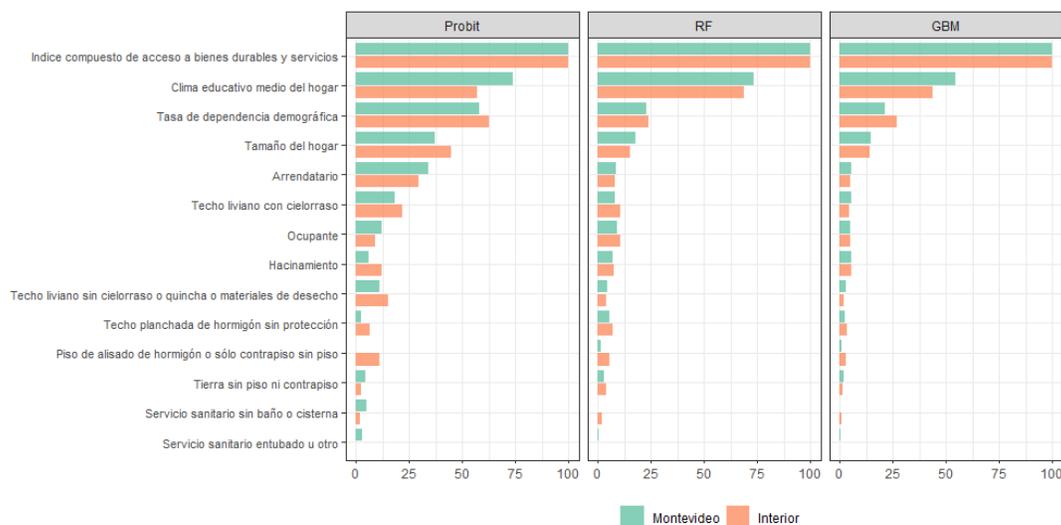


Figura 7: Importancia de variables predictoras en Probit, RF, GBM-Montevideo e interior  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

Como forma de entender que variables son más relevantes para los tres modelos se calcula la medida de importancia de las variables presentadas en la Figura 7. Se observa que las primeras cuatro variables son las mismas en términos de importancia para los tres modelos considerados (índice compuesto de acceso a bienes durables y servicios, clima educativo medio del hogar, tasa de dependencia demográfica y tamaño del hogar). También se puede observar que no hay mucha diferencia en la importancia para Montevideo e Interior.

Adicionalmente para evaluar los modelos utilizados se estimaron los errores de focalización (exclusión e inclusión) de forma comparada entre los tres modelos con el objetivo de dimensionar y cuantificar las mejoras en términos de cobertura. Las estimaciones se realizarán, al igual que en las aplicaciones anteriores, sobre la totalidad de los/as menores de edad.

Como primer paso se identifica la *población elegible* a partir de la estimación de umbrales para cada uno de los modelos de forma de que incluyan a los quinientos mil menores en hogares con menores ingresos per cápita como lo define en la ley 18227, de forma proporcional a la población de Montevideo e Interior. Los umbrales se calculan a partir de la probabilidad de pertenencia a una clase determinada, en este caso pertenecer a los dos primeros quintiles de ingreso, y permite evaluar y comparar la eficiencia de los métodos para focalizar la población objetivo en igualdad de condiciones.

Luego de identificar la población elegible para cada caso se calculan ambos tipos de errores comparando con la población objetivo definida por el programa AFAM-PE, lo cual nos permite evaluar la eficiencia de cada uno de los modelos como criterio para seleccionar

los beneficiarios.

La reestimación del modelo Probit que se usa para la construcción del ICC, y su comparación con la población objetivo, permite dar cuenta del escenario actual de focalización de AFAM-PE en el caso de que el umbral se fije de tal forma que incluya los quinientos mil menores en hogares con más bajos ingresos. Tal como se presenta en la Tabla 4, considerando a los menores de edad, implicaría un nivel de error de exclusión del 16.7%.

	No Población objetivo	Población objetivo	Total
No Elegible	296,034	83,535	379,569
Elegible	83,652	416,361	500,013
Total	379,686	499,896	879,582
Error de exclusión			16.7 %

Tabla 4: Estimación de errores de focalización de Población Objetivo AFAM-PE - modelo Probit  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

Si comparamos los errores del modelo actual con los modelos basados en AE ensayados para el año 2018, Tablas 5 y 6, se observa una reducción del error de 11,3 puntos porcentuales en el caso del modelo Random Forest, y 7,5 utilizando el Stochastic Gradient Boosting.

	No Población objetivo	Población objetivo	Total
No Elegible	352,640	26,929	379,569
Elegible	26,977	473,036	500,013
Total	379,617	499,965	879,582
Error de exclusión			5.4 %

Tabla 5: Estimación de errores de focalización de Población Objetivo AFAM-PE - modelo Random Forest  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

En términos de cobertura esto significa, tomando el Random Forest como referencia, ya que representa el modelo con mejor rendimiento, que 56.606 menores que pertenecían a la población objetivo pero que no eran considerados como elegibles en el modelo tradicional del ICC (Probit) pasan a serlo utilizando el modelo con base en AE.

	No Población objetivo	Población objetivo	Total
No Elegible	333,731	45,838	379,569
Elegible	45,939	454,074	500,013
Total	379,670	499,912	879,582
Error de exclusión			9.2 %

Tabla 6: Estimación de errores de focalización de Población Objetivo AFAM-PE - modelo GBM  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

## 6. Discusión y conclusiones

En las últimas décadas en América Latina los PTC se consolidan como el principal instrumento no contributivo de un sistema de protección social que se concibe más amplio, y en el cual se registra un creciente debilitamiento de los mecanismos de aseguramiento tradicionales vinculados al empleo formal. La proliferación de este tipo de programas tendientes a atacar situaciones de pobreza de los hogares ha implicado ciertas definiciones en términos de diseño y asignación de recursos, que adquieren particularidades según el país en el que se ejecutan. En particular, los tipos de transferencias monetarias orientadas a la demanda, aunque conviven con otros tipos de transferencias, se plantean como objetivo principal el de aumentar el capital humano de niños, niñas y adolescentes, y por ello conciben como unidad de intervención las familias u hogares, definiendo condicionalidades en consonancia con dicho cometido.

Como fue planteado a lo largo del trabajo, los mecanismos de focalización que definen los diferentes PTC en la región buscan un tipo de asignación eficiente de los recursos limitados a partir del establecimiento de ciertos criterios de elegibilidad de beneficiarios/as en diálogo con la definición de población objetivo inicial. En este marco, la comprobación sustitutiva de los medios de vida es el método actual más extendido en la región para seleccionar los/as beneficiarios/as, y se implementa a partir de relevamientos sistemáticos de información sobre las características y condiciones de los hogares para aproximar y predecir su ingreso y, en consecuencia, construir índices de vulnerabilidad/bienestar que definirán su inclusión o no en el PTC.

En este trabajo se aplican métodos de aprendizaje estadístico con el objetivo de reducir los problemas de focalización hallados, el cual constituye el eje central del trabajo. De este modo, con base en los antecedentes al respecto, se ha trabajado sobre la hipótesis de que los diseños de los algoritmos de aprendizaje estadístico logran captar relaciones y patrones complejos y no lineales, lo cual resulta en mejores desempeños y capacidad predictiva. Para ello, se han tomado como referencia ensayos realizados para el caso del programa Avancemos en Costa Rica y, desde una perspectiva comparada, se realizan pruebas para el caso de AFAM-PE de Uruguay. Los resultados muestran que los métodos de aprendizaje

estadístico muestran un buen desempeño para predecir hogares beneficiarios del programa AFAM-PE. El mejor modelo muestra una precisión global de 96 % en el conjunto de testeo. A su vez dichos modelos mejoran la focalización respecto al modelo econométrico utilizado actualmente. Se encuentran reducciones importantes en los errores de exclusión e inclusión entre los menores de edad, logrando un mejor desempeño en cuanto a la clasificación de la población objetivo. En base a bosques aleatorios se obtienen una reducción de 11,3 % de los errores de focalización con respecto al modelo Probit utilizado para la construcción del ICC que define a las personas beneficiarias. Los resultados muestran que los modelos con base en AE presentan ganancias en términos de cobertura al lograr un método de focalización más preciso, en la línea de lo que sostienen trabajos que plantean ensayos similares, existe un aporte en términos de equidad y eficiencia en la asignación de recursos aún considerando los mismos costos administrativos con relación al relevamiento de información y tiempo de cómputo de los modelos sobre los datos existentes. Así también, cabe aclarar que las decisiones tomadas en el estudio realizado acerca de las calibraciones de parámetros en los modelos a partir de la aplicación de validación cruzada, y evaluación posterior de rendimientos, pueden ser trabajadas utilizando combinatorias más complejas, encontrando un balance entre rendimiento y tiempos computacionales óptimos.

Como desafíos pendientes, y posibles ensayos futuros, se encuentra la posibilidad de centrar el análisis en las diferencias en los errores de exclusión e inclusión en subgrupos poblacionales. Más allá de que el trabajo en el caso de Uruguay se segmenta entre dos grandes regiones del país, Montevideo e interior, podría resultar interesante, tal como lo realiza Noriega-Campero et al. (2020) para los casos de Colombia y Costa Rica, analizar las diferencias considerando otras dimensiones de interés como el tamaño del hogar, género del jefe/a o pertenencia a zona urbana/rural. Los resultados de estos análisis podrían dar cuenta de la necesidad, o no, de considerar de forma diferencial a dichas poblaciones, por ejemplo en lo que respecta a los umbrales de elegibilidad o la priorización en términos de cupos en el diseño de los PTC.

Otra de las exploraciones posibles, tomando como referencia lo realizado en el presente trabajo, se asocia con la replicación de los procesamientos para un rango temporal mayor, considerando varios años de referencia, con el objetivo de analizar la estabilidad de las predicciones, incluso en momentos con diferencias significativas en los indicadores socioeconómicos más importantes. Esto aportará en términos de solidez de los modelos elegidos.

Por último, a modo de reflexión final, cabe mencionar que el trabajo tuvo la intención de aportar evidencia acerca de la ventaja comparativa de la aplicación de modelos de aprendizaje estadístico como mecanismo de focalización en los PTC a partir del estado de situación y diseño actual de estos. No obstante, las discusiones de implementación que se desprenden deben ser analizadas detalladamente a la luz de las discusiones conceptuales sobre los fenómenos de pobreza, así como involucrando las dimensiones éticas que garan-

ticen la transparencia en los procesos que buscan impactar sobre poblaciones con altos niveles de vulnerabilidad.

## 7. Apéndice

### 7.1. Probit

Tabla 7: Estimaciones del modelo Probit - Montevideo e Interior

	Montevideo		Interior	
	Estimate	Std. Error	Estimate	Std. Error
(Intercept)	1.395	0.034	0.760	0.023
Clima educativo medio del hogar	-0.120	0.002	-0.093	0.001
Hacinamiento	0.094	0.013	0.166	0.009
Arrendatario	0.334	0.012	0.331	0.009
Ocupante	0.146	0.012	0.113	0.008
Servicio sanitario sin baño o cisterna	0.264	0.041	0.144	0.020
Servicio sanitario entubado u otro	-0.240	0.047	-0.248	0.049
Índice compuesto de acceso a bienes durables y servicios	-0.482	0.006	-0.434	0.004
Tamaño del hogar	0.540	0.017	0.639	0.012
Techo planchada de hormigón sin protección	0.079	0.017	0.135	0.011
Techo liviano con cielorraso	0.210	0.013	0.227	0.008
Techo liviano sin cielorraso o quincha o materiales de desecho	0.236	0.021	0.322	0.015
Piso de alisado de hormigón o solo contrapiso sin piso	0.071	0.026	0.200	0.012
Tierra sin piso ni contrapiso	0.135	0.022	0.119	0.015
Tasa de dependencia demográfica	0.479	0.010	0.510	0.007

Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

Confusion Matrix and Statistics			Confusion Matrix and Statistics		
Reference			Reference		
Prediction	No	Si	Prediction	No	Si
No	8755	4110	No	13041	6443
Si	4297	15429	Si	10273	39321
Accuracy : 0.742			Accuracy : 0.758		
95% CI : (0.7373, 0.7468)			95% CI : (0.7548, 0.7612)		
No Information Rate : 0.5995			No Information Rate : 0.6625		
P-Value [Acc > NIR] : <2e-16			P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16		
Kappa : 0.4615			Kappa : 0.4362		
McNemar's Test P-Value : 0.0425			McNemar's Test P-Value : < 2.2e-16		
Sensitivity : 0.6708			Sensitivity : 0.5594		
Specificity : 0.7897			Specificity : 0.8592		
Pos Pred Value : 0.6805			Pos Pred Value : 0.6693		
Neg Pred Value : 0.7822			Neg Pred Value : 0.7929		
Prevalence : 0.4005			Prevalence : 0.3375		
Detection Rate : 0.2686			Detection Rate : 0.1888		
Detection Prevalence : 0.3947			Detection Prevalence : 0.2821		
Balanced Accuracy : 0.7302			Balanced Accuracy : 0.7093		
'Positive' Class : No			'Positive' Class : No		

Figura 8: Matriz de confusión y métricas de modelo Probit fuera de la muestra - Montevideo e interior  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

## 7.2. Random Forest

Tabla 8: Resultados calibración modelo RF - Montevideo

mtry	splitrule	min.node.size	Accuracy	Kappa	AccuracySD	KappaSD
2	gini	5	0.8296889	0.6436123	0.0042405	0.0092551
2	gini	10	0.8290957	0.6416686	0.0043049	0.0088315
2	gini	20	0.8291775	0.6420972	0.0026057	0.0056256
4	gini	5	0.9532698	0.9036995	0.0016097	0.0033053
4	gini	10	0.9535562	0.9042801	0.0019994	0.0041078
4	gini	20	0.9535357	0.9042083	0.0020759	0.0043117
8	gini	5	0.9696136	0.9369420	0.0003640	0.0007121
8	gini	10	0.9695420	0.9368048	0.0004926	0.0009936
8	gini	20	0.9696443	0.9370218	0.0003871	0.0007722

Tabla 9: Resultados calibración modelo RF - Interior

mtry	splitrule	min.node.size	Accuracy	Kappa	AccuracySD	KappaSD
2	gini	5	0.8127054	0.5581146	0.0026890	0.0074298
2	gini	10	0.8131059	0.5598971	0.0031361	0.0085061
2	gini	20	0.8119237	0.5559029	0.0020876	0.0070649
4	gini	5	0.9418872	0.8703506	0.0021847	0.0047187
4	gini	10	0.9411393	0.8686694	0.0022887	0.0049660
4	gini	20	0.9409511	0.8682136	0.0022006	0.0048111
8	gini	5	0.9615220	0.9141779	0.0010242	0.0021808
8	gini	10	0.9614447	0.9140224	0.0010557	0.0022611
8	gini	20	0.9615027	0.9141402	0.0010127	0.0021847

Confusion Matrix and Statistics			Confusion Matrix and Statistics		
Reference			Reference		
Prediction	No	Si	Prediction	No	Si
No	12678	641	No	22011	1491
Si	374	18898	Si	1303	44273
Accuracy : 0.9689			Accuracy : 0.9596		
95% CI : (0.9669, 0.9707)			95% CI : (0.9581, 0.961)		
No Information Rate : 0.5995			No Information Rate : 0.6625		
P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16			P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16		
Kappa : 0.9354			Kappa : 0.9097		
McNemar's Test P-Value : < 2.2e-16			McNemar's Test P-Value : 0.0004035		
Sensitivity : 0.9713			Sensitivity : 0.9441		
Specificity : 0.9672			Specificity : 0.9674		
Pos Pred Value : 0.9519			Pos Pred Value : 0.9366		
Neg Pred Value : 0.9806			Neg Pred Value : 0.9714		
Prevalence : 0.4005			Prevalence : 0.3375		
Detection Rate : 0.3890			Detection Rate : 0.3186		
Detection Prevalence : 0.4087			Detection Prevalence : 0.3402		
Balanced Accuracy : 0.9693			Balanced Accuracy : 0.9558		
'Positive' Class : No			'Positive' Class : No		

Figura 9: Matriz de confusión y métricas de modelo RF fuera de la muestra - Montevideo e interior  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

### 7.3. Stochastic Gradient Boosting

Tabla 10: Resultados calibración modelo GBM - Montevideo

shrinkage	interaction.depth	n.minobsinnode	n.trees	Accuracy	Kappa	AccuracySD	KappaSD
0.1	1	20	200	0.7459958	0.4672648	0.0023319	0.0053062
0.1	5	20	200	0.7880009	0.5563241	0.0017708	0.0041087
0.1	9	20	200	0.8222943	0.6283333	0.0022434	0.0042467
0.1	1	20	400	0.7468447	0.4699218	0.0017709	0.0040748
0.1	5	20	400	0.8202180	0.6234274	0.0041692	0.0095060
0.1	9	20	400	0.8720007	0.7329642	0.0034822	0.0074255
0.1	1	20	600	0.7482255	0.4730667	0.0021485	0.0048006
0.1	5	20	600	0.8407142	0.6668729	0.0040774	0.0089288
0.1	9	20	600	0.8997893	0.7914477	0.0032822	0.0067739
0.1	1	20	800	0.7487778	0.4744683	0.0018453	0.0043212
0.1	5	20	800	0.8592468	0.7059730	0.0020401	0.0044053
0.1	9	20	800	0.9207765	0.8352510	0.0016871	0.0036507
0.1	1	20	1000	0.7491971	0.4752923	0.0022764	0.0053433
0.1	5	20	1000	0.8724201	0.7338719	0.0035719	0.0073998
0.1	9	20	1000	0.9333258	0.8615283	0.0015131	0.0030448

Tabla 11: Resultados calibración modelo GBM - Interior

shrinkage	interaction.depth	n.minobsinnode	n.trees	Accuracy	Kappa	AccuracySD	KappaSD
0.1	1	20	200	0.7579125	0.4317896	0.0021356	0.0050625
0.1	5	20	200	0.7817357	0.4942165	0.0032265	0.0082964
0.1	9	20	200	0.7991893	0.5368019	0.0029091	0.0074106
0.1	1	20	400	0.7602046	0.4396859	0.0021318	0.0052811
0.1	5	20	400	0.7980553	0.5328474	0.0039285	0.0097612
0.1	9	20	400	0.8252322	0.5974450	0.0033288	0.0078634
0.1	1	20	600	0.7607692	0.4416345	0.0022157	0.0053032
0.1	5	20	600	0.8091828	0.5585141	0.0037561	0.0096618
0.1	9	20	600	0.8444471	0.6423877	0.0039937	0.0093450
0.1	1	20	800	0.7621203	0.4447472	0.0020646	0.0049434
0.1	5	20	800	0.8205949	0.5860177	0.0032225	0.0079813
0.1	9	20	800	0.8592178	0.6773881	0.0035098	0.0082086
0.1	1	20	1000	0.7622506	0.4452612	0.0018622	0.0049199
0.1	5	20	1000	0.8291118	0.6063557	0.0030307	0.0072904
0.1	9	20	1000	0.8722706	0.7082798	0.0032460	0.0074418

Confusion Matrix and Statistics			Confusion Matrix and Statistics		
Reference			Reference		
Prediction	No	Si	Prediction	No	Si
No	12125	1202	No	18039	3374
si	927	18337	si	5275	42390
Accuracy : 0.9347			Accuracy : 0.8748		
95% CI : (0.9319, 0.9373)			95% CI : (0.8723, 0.8773)		
No Information Rate : 0.5995			No Information Rate : 0.6625		
P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16			P-Value [Acc > NIR] : < 2.2e-16		
Kappa : 0.8644			Kappa : 0.7143		
Mcnemar's Test P-Value : 2.88e-09			Mcnemar's Test P-Value : < 2.2e-16		
Sensitivity : 0.9290			Sensitivity : 0.7737		
Specificity : 0.9385			Specificity : 0.9263		
Pos Pred Value : 0.9098			Pos Pred Value : 0.8424		
Neg Pred Value : 0.9519			Neg Pred Value : 0.8893		
Prevalence : 0.4005			Prevalence : 0.3375		
Detection Rate : 0.3720			Detection Rate : 0.2611		
Detection Prevalence : 0.4089			Detection Prevalence : 0.3100		
Balanced Accuracy : 0.9337			Balanced Accuracy : 0.8500		
'Positive' Class : No			'Positive' Class : No		

Figura 10: Matriz de confusión y métricas de modelo GBM fuera de la muestra - Montevideo e interior  
Fuente: Elaboración propia con base en ECH 2018 (INE)

## Referencias

- [1] E. Aiken, S. Bellue, D. Karlan, C. Udry, and J. Blumenstock. Machine learning and phone data can improve targeting of humanitarian aid. *Nature*, 603:864–870, 2022.
- [2] V. Amarante, G. de Melo, and A. Vigorito. Metodología para la selección de los beneficiarios del nuevo sistema de asignaciones familiares. Informe final, Convenio UdelaR-MIDES, 2008.
- [3] L. Breiman. Random forests. *Machine Learning*, 45(1):5–32, 2001.
- [4] L. Breiman. Statistical modeling: The two cultures (with comments and a rejoinder by the author). *Statistical Science*, 16(3):199–231, 2001.
- [5] L. Breiman, J. H. Friedman, R. A.; Olshen, and C. J. Stone. Classification and regression trees. wadsworth. *Belmont, CA*, 1984.
- [6] S. Cecchini and A. Madariaga. *Programas de transferencias condicionadas. Balance de la experiencia reciente en América Latina y el Caribe*. Cuadernos de la CEPAL, N° 95, 2011.
- [7] S. Cecchini and R. Martínez. *Protección social inclusiva en América Latina: una mirada integral, un enfoque de derechos*. Libros de la CEPAL, N° 111, 2011.
- [8] S. Cecchini and P. Villatoro. *¿Cuál es el alcance de las transferencias no contributivas en América Latina? Discrepancias entre encuestas y registros*. CEPAL - Serie Estudios Estadísticos N° 96, 2018.
- [9] D. Coady, M. Grosh, and J. Hoddinott. *La focalización de las transferencias en los países en desarrollo: Revisión de lecciones y experiencias*. Banco Mundial, 2004.
- [10] J.H. Friedman. Stochastic gradient boosting. *Computational Statistics Data Analysis*, 38(4):367–378, 2002. Nonlinear Methods and Data Mining.
- [11] E. Gómez Bonaglia. Programas de transferencias condicionadas en la región. mecanismos de focalización desde una perspectiva comparada entre uruguay y costa rica. *Tesis de maestría. Universidad de la República (Uruguay). Facultad de Ciencias Sociales.*, 2022.
- [12] D. Gujarati and D. Porter. *Econometría*. Mc Graw Hill, México, 2010.
- [13] T. Hastie, J. Friedman, and R. Tibshirani. *The Elements of Statistical Learning*. Springer New York, 2001.

- 
- [14] P. Ibarrarán, N. Medellín, F. Regalia, and M. Stampini. *Así funcionan las transferencias condicionadas. Buenas prácticas a 20 años de implementación*. Banco Interamericano de Desarrollo, 2017.
- [15] M. Kuhn. Building predictive models in r using the caret package. *Journal of Statistical Software*, 28(5):1â26, 2008.
- [16] M. Lavalleya and V. Tenenbaum. Mecanismos de focalización de los programas de transferencias monetarias en américa latina: el caso del uruguay. Technical Report 43 (LC/TS.2020/9-LC/MVD/TS.2019/6), Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL), Santiago, 2020.
- [17] L. McBride and A. Nichols. Retooling poverty targeting using out-of-sample validation and machine learning. *World Bank Economic Review*, 32(3):531–550, 2016.
- [18] Mides. Informe mides 2017-2018. seguimiento y evaluación de actividades y programas, 2017. Informe anual.
- [19] G. Mordecki, S. García, A. Leiva, R. Miranda, and S. Rodríguez. *Crisis, recuperación y auge: 15 Años de política económica en Uruguay (2000-2014)*. Instituto de Economía, FCEA (Udelar), 2015.
- [20] A. Noriega-Campero, L. F. Bernardo Garcia-Bulle, M. Cantu, L. Bakker, A. Tejerina, and Pentland. Algorithmic targeting of social policies: Fairness, accuracy, and distributed governance. In *FAT\* '20: Conference on Fairness, Accountability, and Transparency*, 2020.
- [21] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2020.
- [22] G. Ridgeway. *Generalized Boosted Models: A Guide to the gbm Package*, 2020. Disponible en: <https://cran.r-project.org/web/packages/gbm/vignettes/gbm.pdf>.
- [23] H. Wickham. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, New York, 2016.

**2024**

**Nº1/24**