



UNIVERSIDAD
DE LA REPÚBLICA
URUGUAY

UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y ADMINISTRACIÓN

TRABAJO FINAL DE GRADO LICENCIATURA EN
ESTADÍSTICA

**EVOLUTIVIDAD EN LA
ESTRUCTURA DE PRECIOS DE LA
ECONOMÍA URUGUAYA. UNA
VISIÓN DESDE EL ANÁLISIS REDES
Y ÁRBOLES DE EXPANSIÓN
MÍNIMA**

MICKAELA MARTÍNEZ BENTANCOR & PABLO MONES PAZO

TUTORES: GABRIEL BRIDA & EMILIANO ÁLVAREZ

2020

AGRADECIMIENTOS

Agradecer en primera instancia a nuestros tutores Gabriel Brida y Emiliano Álvarez por su dedicación y compromiso en cada instancia de este proceso.

A nuestras familias, amigos y compañeros que fueron un pilar fundamental para poder estar hoy finalizando esta etapa de nuestras vidas.

A quienes han sido nuestros docentes a lo largo de la carrera por la formación y conocimientos brindados.

Finalmente, agradecemos a Agustina Terra por la participación en parte del procesamiento de datos enmarcado en el proyecto de la asignatura Análisis Multivariado II.

Resumen: El presente proyecto busca estudiar el fenómeno inflacionario en Uruguay para el periodo 1997-2020 desde la perspectiva de la economía de la complejidad mediante la utilización de dos técnicas de análisis estadístico. Este abordaje se realiza utilizando las metodologías de análisis de redes y árboles de expansión mínima.

Para la obtención de las redes se construye una matriz de adyacencia para cada periodo relacionando a los distintos precios a partir de la similaridad en sus dinámicas. Para los árboles de expansión mínima se utiliza el algoritmo de Kruskal para su construcción.

Se constata que el sistema de precios de la economía uruguaya presenta patrones evolutivos y cambios estructurales ante la ocurrencia de eventos de crisis. A su vez, se constata que la dinámica del sistema se comporta distinto en función de la estabilidad del período.

El código y los datos necesarios para reproducir el trabajo quedan disponibles en un repositorio GitLab mediante el link:
<https://gitlab.com/PabloMones/proyecto-final-de-grado-mickaela-martinez-bentancor-pablo-mones-pazo/-/tree/master>.

Abstract: This project seeks to study the inflationary phenomenon in Uruguay for the period 1997-2020 from the perspective of complexity economics through the use of two techniques of statistical analysis. This is carried out using the methodologies of network analysis and minimum spanning trees.

To obtain the networks, an adjacency matrix is built for each period, relating the different prices based on the similarity of their dynamics. For minimum spanning trees, the Kruskal algorithm is used for their construction.

It is found that the price system of the Uruguayan economy shows evolutionary patterns and structural changes when crisis arises. Moreover, it is found that the dynamics of the system behaves differently depending on the stability of the period.

The code and databases required to reproduce the results of this work are available in a GitLab repository at:
<https://gitlab.com/PabloMones/proyecto-final-de-grado-mickaela-martinez-bentancor-pablo-mones-pazo/-/tree/master>.

Índice

1. Introducción	5
2. Marco Teórico	7
2.1. Inflación	7
2.2. Sistemas complejos	10
3. Antecedentes	11
4. Datos	12
4.1. IPC	12
4.2. Base de datos	13
5. Metodología	15
5.1. Análisis de redes	15
5.1.1. Definición	15
5.1.2. Construcción de las redes	16
5.1.3. Indicadores para el análisis de redes	16
5.1.4. Modelos Lineales y Cambio Estructural	20
5.2. Árboles de expansión mínima	24
6. Resultados	26
6.1. Análisis de redes	26
6.2. Árboles de expansión mínima	32
7. Conclusiones	37
8. Anexo	39
A. Sub-Rubros (1997-2010)	39
B. Clases (2010-2020)	40
C. Estimación del umbral u	43
D. Interpretación Modularidad	44

1. Introducción

La inflación es un problema que Uruguay ha padecido a lo largo de su historia. En la Figura 1 se puede apreciar que, salvo algunos períodos puntuales, y a pesar de que desde 2004 en líneas generales se ha logrado estabilizar la inflación por debajo del 10%, este problema aún persiste y no se ha logrado su convergencia a los estándares mundiales (ver Figura 2). Cabe destacar que, de acuerdo al Banco Mundial, la inflación promedio mundial para 2019 fue de 2.3% mientras que la de Uruguay se ubica en 7.9%.

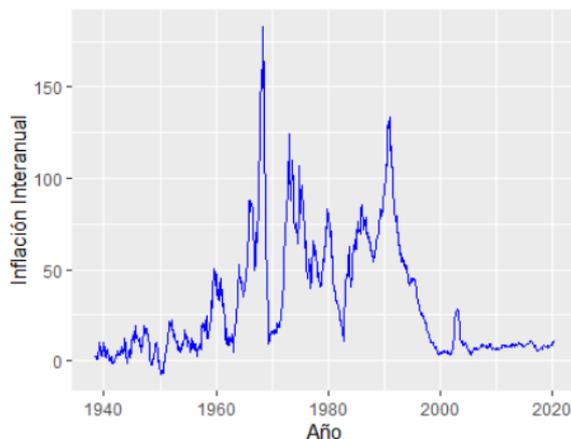


Figura 1: Inflación interanual de Uruguay entre julio de 1938 y julio de 2020. Fuente: elaboración propia en base a datos del Instituto Nacional de Estadística (INE)

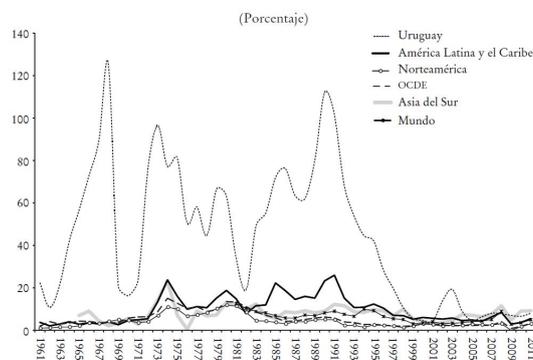


Figura 2: Inflación de Uruguay en comparación con regiones del mundo. Fuente: Brum, C., Román, C., & Willebald, H. (2016).

A lo largo de su historia, Uruguay ha implementado diversas políticas monetarias con el fin de controlar la inflación, de las cuales la mayoría fueron de tipo cambiaria y heterodoxa, aunque en general no han dado resultado. En los próximos párrafos se hace una breve reseña sobre estas políticas.

Hasta 1955 aproximadamente la inflación estuvo relativamente controlada, entre 1940 y 1955 se dio el auge del modelo de Industrialización por Sustitución de Importaciones (ISI) que tuvo una política activa de tipos de cambio múltiples. En 1959, se levantan ciertas restricciones cambiarias con el fin de liberalizar el mercado de cambios. El desenlace de este proceso fue una fuerte devaluación en 1963, que acabó repercutiendo sobre el nivel

general de precios. En 1968 el plan de estabilización de precios consistió en políticas de control de precios y salarios, con el fin de detener la inercia inflacionaria. Este plan fue exitoso al principio, pero acabó fracasando por una crisis bancaria y otra devaluación.

En 1978, se establece un plan de estabilización basado en un sistema de *crawling peg* donde se establecía un plan sucesivo de devaluaciones pautadas con el fin de hacer converger la inflación doméstica a la internacional, basados en la teoría de un solo precio. Sin embargo, esto acabó desembocando en una fuga de capitales que desencadenó una crisis financiera en 1982. En 1990 se establece un nuevo plan de estabilización basado en un proceso de devaluación gradual mediante un sistema de bandas de flotación del tipo de cambio, el cual si bien dio buenos resultados en términos inflacionarios, acaba colapsando por un proceso de fuga de capitales que hizo que el Banco Central no pudiera sostener el tipo de cambio en 2002.

En 2003, se establece que la Base Monetaria será la nueva ancla nominal del sistema, estableciéndose objetivos en torno a este agregado monetario. Luego, se pasa a un sistema de Metas de Inflación (MI), donde el Banco Central se compromete a mantener la inflación en cierto rango, buscándose controlar agregados monetarios para lograr dicho fin. A pesar de que la inflación ha convergido por debajo de los dos dígitos rara vez ha estado dentro del rango meta, lo cual podría generar problemas de credibilidad y dificultad en la transmisión de la política monetaria. Recientemente, el Banco Central ha anunciado un cambio de instrumento al control de la tasa de interés, que en una economía dolarizada como la uruguaya permite tener un mejor control que la política anterior, ya que los agregados monetarios suelen depender en mayor medida de parámetros que están por fuera del control del Banco Central. Por otra parte, el control sobre la tasa de interés permite una comunicación más efectiva por parte del Banco Central, ya que es un elemento más fácil de comprender, lo cual permite alinear más fácilmente expectativas.

En Uruguay la inflación se estima con el Índice de Precios del Consumo (IPC). El mismo es un indicador agregado, que estima la evolución mensual de los precios de un conjunto de bienes y servicios que consumen los hogares para un período y región determinados. Estos se seleccionan en base a la importancia relativa de los mismos en el gasto total y la frecuencia de hogares que consumen estos bienes.

La motivación de este trabajo consiste en poder lograr una mejor comprensión de las características de la inflación en Uruguay, abordando al sistema de precios de la economía uruguaya como un sistema complejo. Con este fin, se introducirán técnicas de análisis innovadoras para Uruguay y para países con historial de inflación alta e indexación, que permitan comprender en mayor medida las características de este fenómeno. Es por esto que nuestros objetivos consisten en estudiar la relación entre las redes de precios y la inflación, y analizar la diferencia de las dinámicas entre bienes transables y no transables desde la perspectiva de las redes.

Por su parte, utilizando árboles de expansión mínima se busca obtener una visualización más nítida de la estructura de precios, ya que las redes con muchas aristas suelen ser densas y difíciles de analizar de forma visual, y para ello se construirá un árbol para cada período de interés. Allí, se busca analizar la estructura general del árbol y su evolución, así como los cambios en la importancia de cada nodo durante los períodos de análisis.

Asimismo, poder relacionar el *output* del sistema (nivel de inflación) con lo que ocurre a una escala meso (visualizado a partir de redes de precios) puede dar lugar a una mejor

comprensión del fenómeno ya que se podrá estudiar los procesos internos del sistema que dan lugar a cambios en el nivel de precios. Además, podrían identificarse distintas fases del proceso inflacionario en base a la composición interna de las redes para distintos niveles de inflación, lo cual daría lugar a detección de umbrales o puntos de quiebre donde la dinámica del sistema cambie radicalmente. Respecto al último objetivo, y basándonos en literatura previa, buscamos estudiar en profundidad cómo el grado de comerciabilidad internacional de los bienes repercute en la topología de las redes y las posibles implicancias que esto puede tener.

Es preciso destacar, que dado que estaremos enmarcados en la teoría de los sistemas complejos, este trabajo no buscará hacer predicciones acerca de la inflación (Edmonds, 2017)¹, sino que se realizará un análisis descriptivo que permita comprender mejor las características de este sistema. En base a esto, será posible obtener una mayor comprensión acerca de la estabilidad de los precios relativos y la respuesta a *shocks* devaluatorios.

De aquí en más el documento se estructura de la siguiente forma: en la sección 2 se presenta el marco teórico donde se explicitan algunos conceptos esenciales para la comprensión de la investigación, en la sección 3 se hace una revisión de antecedentes, en la sección 4 se describen el proceso de obtención y procesamiento de los datos, en la sección 5 las distintas metodologías de estudio, en la sección 6 se presentan los resultados y finalmente en la sección 7 se presentan comentarios, conclusiones y posibles extensiones de este trabajo.

2. Marco Teórico

Antes de comenzar con el trabajo, es preciso definir ciertos conceptos introductorios que servirán para una mejor comprensión del mismo. En primera instancia, se abordará el concepto de inflación y algunas teorías sobre esta temática. Luego, se dará una breve introducción a los sistemas complejos, ya que esta investigación parte de la base que el sistema de precios de la economía uruguaya puede ser estudiado como un sistema complejo.

2.1. Inflación

Se entiende por inflación al aumento generalizado y sostenido del nivel general de precios. Es preciso aclarar que aumentos de precios debido a cambios en los precios relativos o aumentos de precios coyunturales (por ejemplo, la suba de precios de frutas y verduras en cierta estación) no se consideran inflación. Desde un enfoque monetarista, puede entenderse a este fenómeno como la enfermedad de la moneda, donde se genera un proceso persistente de desvalorización de la misma lo cual puede ser visto como un impuesto encubierto a la tenencia de saldos ociosos. Este es un fenómeno que afecta a la economía en su conjunto, especialmente a los sectores más vulnerables que carecen la capacidad de refugiarse en otro tipo de activos. Entre algunos de sus efectos, se destaca la pérdida sostenida del valor de la divisa, que genera dificultades para ahorrar en moneda nacional, la generación de un impuesto sumamente regresivo y encubierto como es el impuesto inflacionario, y un desestímulo a la inversión real en detrimento de inversiones especulativas que pueden terminar agravando aún más el problema.

¹Para hacer predicción acerca de un sistema en base a su historia pasada, es preciso suponer que esta se mantendrá relativamente constante. Este supuesto contradice los principios de los sistemas complejos

Existen diversas teorías acerca de las causas de este fenómeno, y si bien el objetivo de esta tesis no es explorar estas hipótesis, es preciso dar un marco conceptual sobre el tema para tener una mejor comprensión del fenómeno. Para el lector que tenga interés en el tema se puede profundizar en Mankiw (2003). Uno de los enfoques tradicionales para la comprensión de la inflación es la teoría monetarista. En ella, se supone que la inflación es esencialmente un fenómeno monetario que surge como consecuencia del desfasaje de la oferta y demanda de dinero. Cuando el Banco Central aumenta la cantidad de dinero (oferta) sin que exista una contrapartida en la demanda, esto produce una disminución del valor de la moneda generando inflación. Un modelo base de la teoría monetarista de inflación es el la teoría de los encajes monetarios de Cambridge (Pigou, 1917). Allí, se relaciona al nivel general de precios (P) con la cantidad de dinero (M), la velocidad de circulación del dinero (V) y el producto real (Y). En particular, suponiendo que la velocidad de circulación es constante se tiene que: $P = \frac{MV}{Y}$. Esta ecuación establece una relación lineal entre la cantidad de dinero y la inflación, lo cual suele ser globalmente aceptado por economistas y sustentado por datos, especialmente para niveles de emisión altos. Este modelo supone una relación causal donde se asume que la emisión monetaria implica inflación. Es claro que todas las variables en la ecuación anterior dependen del tiempo (salvo V que se supone constante) por lo cual tomando logaritmo neperiano y diferenciando con respecto al tiempo se tiene que:

$$\begin{aligned}
 P = \frac{MV}{Y} &\Rightarrow \text{Log}(P) = \text{Log}(M) + \text{Log}(V) - \text{Log}(Y) \Rightarrow \\
 \frac{\partial \text{Log}(P)}{\partial t} &= \frac{\partial \text{Log}(M)}{\partial t} + \frac{\partial \text{Log}(V)}{\partial t} - \frac{\partial \text{Log}(Y)}{\partial t} \Rightarrow \frac{\dot{P}}{P} = \frac{\dot{M}}{M} - \frac{\dot{Y}}{Y} \Rightarrow \\
 \pi &= \mu - g \tag{1}
 \end{aligned}$$

Donde π es la tasa de inflación, μ es la tasa de crecimiento de la cantidad de dinero y g es la tasa de crecimiento del producto real. Para el caso de Uruguay, Garda et al. (2006) utilizan técnicas econométricas de cointegración y cointegración con ajuste no lineal, constatando la existencia de una relación positiva entre la tasa de emisión y la inflación, observándose que la intensidad de esta relación parece decrecer a medida que la inflación toma valores más pequeños.

Una vez contextualizada esta situación, es preciso destacar que dicho modelo suele ser considerado de largo plazo, entendido como el estado estacionario al cual converge la anterior ecuación diferencial. Dado que este trabajo estará enmarcado en la teoría de los sistemas complejos, es preciso destacar que la anterior hipótesis de convergencia hacia un equilibrio de largo plazo, no es consistente con las hipótesis del trabajo. por lo tanto se buscará estudiar en mayor medida las dinámicas de corto plazo de la inflación.

Por otra parte, la teoría de la inflación de costos para una economía abierta (Gagliardi, 2003) parte de la base que la economía opera en competencia imperfecta, y que por lo tanto los empresarios tienen capacidad de fijar precios obteniendo un margen de ganancia (z) sobre el costo de producción. Se supone que existe un único bien el cual se produce con dos factores productivos, el trabajo (que presenta rendimientos constantes a escala) y un insumo importado. De lo anterior se tiene que:

$$P = (1 + z) \left[\frac{W}{a} + vEP^* \right] \tag{2}$$

Donde W es el nivel de salarios nominales, a es la productividad marginal del trabajo, E es el tipo de cambio nominal, P^* el nivel de precios internacional y el precio de importación es igual a EP^* . Operando, se tiene que la tasa de inflación es:

$$\pi = \beta\sigma + (1 - \beta)[\delta + \pi^*] - h \quad (3)$$

σ representa la tasa de crecimiento de los salarios nominales, δ es la tasa de devaluación del tipo de cambio nominal, π^* la inflación en el resto del mundo, β representa la fracción de los costos que representan los salarios, $(1 - \beta)$ la fracción correspondiente a los insumos importados y h la tasa de crecimiento de la productividad. Nótese que el primer término de la Ecuación 3 se corresponde con las presiones inflacionarias internas mientras que el segundo con las externas. Es decir, la inflación de una economía pequeña y abierta como la uruguaya no depende solamente de lo que sucede internamente sino que está sujeta a lo que suceda en el resto del mundo. En particular, se puede generar inflación por dos vías que el modelo anterior no contemplaba. La primera de ellas se corresponde con la denominada “inflación importada” que establece que procesos inflacionarios en el extranjero pueden repercutir en un aumento de precios en la economía doméstica. Por otra parte, es intuitivo pensar que una devaluación de la moneda genera un aumento del costo de importación de los insumos extranjeros, repercutiendo en un aumento de costos de producción y por lo tanto precios de los bienes locales. Este fenómeno es conocido en la literatura económica como *pass through*.

En Uruguay, las devaluaciones nominales han estado asociadas a fluctuaciones intensas en el nivel general de precios sobre todo a corto plazo, tal como sucedió en 1982, 2002 o 2020. La Figura 3 muestra la evolución de la inflación interanual y la variación interanual del tipo de cambio frente al dólar, donde se constata la relación descrita anteriormente.

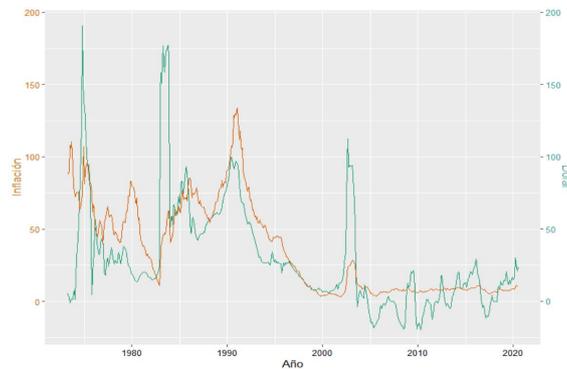


Figura 3: Variación interanual (en porcentaje) del nivel general de precios y el tipo de cambio frente al dólar

Por otra parte, autores como Noyola Vázquez (1956) y Olivera (1960) han considerado que los modelos anteriores no son satisfactorios para describir la situación inflacionaria en países latinoamericanos. Es por esto que plantean la teoría estructuralista de la inflación, donde se establece que la inflación surge como consecuencia de presiones básicas y de la pugna distributiva entre distintos sectores y clases sociales de la economía. A diferencia de las teorías monetaristas y keynesianas, la inflación no se da por un exceso de demanda sino por una rigidez en la oferta de bienes agrícolas que ante un aumento de la demanda responde con un alza significativa de los precios de los mismos. Es por esto que los aumentos de la cantidad de dinero son una consecuencia endógena de estos aumentos de precios. Esta teoría ve a las devaluaciones como un mecanismo redistributivo donde se da una transferencia de recursos desde los sectores industriales hacia los sectores agroexportadores.

Finalmente, en Heymann et al. (1995) se sugiere que las causas de la inflación suelen ser más complejas que lo establecido por ciertos modelos tradicionales, donde el foco de su crítica se pone en que los modelos tradicionales hacen poco esfuerzo por explicar el proceso de toma de decisiones de los empresarios, y los motivos que llevan a decidir el aumento de precios. Los autores plantean abordar el comportamiento de los agentes desde una mirada más completa, entendiendo que el ser humano está inmerso en una sociedad sumamente compleja, con diversas instituciones (entre ellas el dinero) que hacen difícil abstraer y simplificar el comportamiento humano. Las personas toman sus decisiones de consumo y producción en este marco, dando lugar a interacciones entre los agentes y *outputs* de diferentes variables. En este sentido, la economía puede ser vista como una red de contratos (formales e informales) inmersos en la estructura descrita anteriormente, y es así que puede entenderse a la inflación como un resultado emergente de este proceso.

2.2. Sistemas complejos

Este trabajo está enmarcado en el paradigma de la economía de la complejidad, es decir, se ve a la economía en su conjunto y sus partes como sistemas complejos. Este enfoque ha sido abordado por autores como Arthur (1999) y Yukalov & Sornette (2014). La caracterización de un sistema complejo no es una tarea sencilla, y de hecho no hay consenso general sobre qué hace que un sistema sea complejo. Sin embargo, hay ciertas características que diferentes autores, como los considerados anteriormente, consideran que se deben cumplir, entre ellas están las siguientes:

- Posee una gran cantidad de elementos (o agentes) relativamente similares que presentan interacciones locales.
- Emergencia: Las interacciones entre elementos logran resultados que no podrían ser comprendidos si se estudia a cada elemento por separado (el todo es más que la suma de sus partes).
- Auto-organización: Mediante interacciones, los elementos del sistema logran llegar a un orden o estructura sin la necesidad de un mando central.
- Dinámica: La dinámica es central en estos sistemas siendo el tiempo uno de los parámetros fundamentales.
- Adaptación y Evolución: Estos sistemas presentan una dinámica no trivial, el sistema tiene la capacidad de adaptarse a nuevas situaciones y puede presentar evolución temporal.
- No linealidad: Las interacciones y las respuestas a *shocks* generalmente son no lineales, lo cual permite observar efectos no proporcionales ante cambios pequeños (retroalimentación) y dificulta la posibilidad de hacer estimación puntual.
- Leyes de potencias: Las distribuciones de probabilidad asociadas a las propiedades de este tipo de sistemas suelen seguir leyes de potencias.

Ciertos autores han manejado el concepto de complejidad en economía incluso antes de que surgiera este concepto, como señalan Farmer et al. (2012) uno de ellos fue el propio Adam Smith. El concepto de “la mano invisible” consiste justamente en que, si se deja actuar libremente a una gran cantidad de individuos, cada uno velando por su propio interés la economía por sí sola llegará a un estado deseable sin la necesidad de un mando central.

El hecho de ver a la economía en su conjunto como un sistema complejo implica que una gran cantidad de individuos que siguen patrones de comportamiento relativamente similares, al interactuar entre sí, logran una estructura que no podría ser explicada viendo a cada agente por separado (no existe el agente representativo). En particular, se estudiará al sistema de precios de la economía uruguaya como una red compleja que evoluciona a lo largo del tiempo, lo cual da lugar a cambios en la topología de la red y por lo tanto en los mecanismos de transmisión de información de la misma.

Por lo tanto, si se entiende que los individuos al interactuar entre sí en los mercados logran alcanzar un vector de precios y cantidades transadas, es razonable pensar al sistema de precios como el resultado de estas relaciones entre entes individuales similares. Por lo tanto, un aumento de precios en ciertos bienes podría expandirse a todo el sistema de precios y retroalimentarse a partir de los aumentos en los demás precios, lo cual estaría vinculado con la teoría de la inercia inflacionaria, explicada anteriormente. Por otro lado, analizar al sistema de precios como un sistema complejo implica que éste tiene capacidad evolutiva y que no es un sistema estático, siendo el tiempo una de las variables fundamentales de este sistema.

En resumen, es razonable suponer que el sistema de precios de la economía puede ser entendido como un sistema complejo debido a que éste surge del resultado de la interacción de gran cantidad de entes individuales, que logran resultados que no podrían ser entendidos estudiando a cada uno por separado, es dinámico y presenta patrones evolutivos (ver: Álvarez et al. (2020)).

3. Antecedentes

Se han realizado diversos trabajos para el estudio de la inflación en Uruguay. Generalmente, se ha abordado este tema desde el punto de vista de la descripción y predicción del fenómeno y no tan frecuentemente un enfoque desde los sistemas complejos. Un trabajo que puede ser visto como un punto de partida es el de Canelo et al. (1994), en el cual se analiza el proceso inflacionario dividiendo los bienes y servicios que lo componen en transables y no transables, se constatan diferencias entre las dinámicas de las series por lo que se realiza una proyección desagregada del IPC en base a esta categorización. Es importante destacar que la distinción entre ambos tipos de bienes es realizada de forma ad-hoc por los autores, sin basarse en un método estadístico. Sin embargo, esta elección no es arbitraria ni trivial, sino que existen diversos modelos económicos (Samuelson (1964)) que sugieren que es esperable que las dinámicas de los bienes transables y no transables sean distintas ya que están sujetas a diferentes factores.

Asimismo, tanto Garda et al. (2004), Cuitiño et al. (2010) y Brum et al. (2012) realizan mayores desagregaciones para realizar las predicciones, donde éstas pueden coincidir o no con las divisiones del IPC.

Dado que Uruguay es una economía pequeña y abierta es esperable que el tipo de cambio nominal sea una variable relevante en la determinación de precios, y dada la creciente integración económica se espera que aumentos del tipo de cambio sean cada vez más influyentes. De hecho, en el año 2000 Licandro (2000) estima que un aumento de un 1% en el tipo de cambio nominal genera un aumento de un 0.83% en el IPC. En otro trabajo, Zacheo et al. (2019) constatan que la magnitud del *pass through* se encuentra vinculada con las expectativas de los agentes económicos con respecto a la credibilidad de

las metas de inflación, notando una reacción más fuerte ante *shocks* del tipo de cambio cuando las expectativas se encuentran desalineadas.

Por otra parte, el trabajo de Álvarez et al. (2020) es el primero en estudiar al sistema de precios de Uruguay como un sistema complejo, por lo que sienta las bases para este trabajo y desarrollos posteriores. En este trabajo se estudia al sistema de precios como una red compleja constatándose que para el período de estudio existe un proceso evolutivo en el sistema de precios, caracterizado por la dinámica no constante en la composición de las comunidades de precios. Al intentar encontrar una estructura de comunidades representativa del período, la transabilidad de los bienes es determinante. Esto da un sustento inicial para justificar que la dinámica de las comunidades de los bienes depende de esta característica, pero no permite concluir que esto se sostenga a nivel micro.

A modo de resumen, puede verse que se ha abordado el fenómeno inflacionario en Uruguay desde una pluralidad de enfoques. El trabajo de Brum et al. (2016) realiza un estudio desde la perspectiva monetarista de la inflación para lograr una mejor comprensión de este fenómeno a largo plazo. En él, se constata la existencia de un “impacto positivo y significativo del crecimiento del núcleo monetario en la tasa de inflación”, donde al realizar pruebas de significación estadística se concluye que la trayectoria de la inflación está pautada por el crecimiento de la base monetaria por encima del crecimiento de la demanda de dinero. Luego, estudios de corte keynesiano han sido utilizados para comprender en mejor medida las dinámicas cortoplazistas de la inflación, estos pueden ser complementados con el enfoque de Álvarez et al. (2020) que también es de corto plazo y permite visualizar otros aspectos del fenómeno, aunque sería deseable poder tener estudios que complementen ambos enfoques. Por último, siempre se han realizado predicciones desde un enfoque econométrico para predicciones a corto y mediano plazo, aunque podría ser interesante buscar incorporar otras técnicas estadísticas, como por ejemplo redes neuronales (ver Sari et al. (2016)), para la predicción.

Con respecto a los antecedentes sobre análisis de redes, existen tanto nacionales como internacionales. Sobre los internacionales se tienen dos referencias: un trabajo realizado para China (Gao et al. (2013)) y otro para el Reino Unido (Sarantitis et al. (2018)). Respecto a China, se construye una red compleja tomando como nodos distintos precios de dicha economía y como aristas la correlación entre los mismos. Dado que la correlación empírica entre dos series nunca es exactamente 0, lo que daría lugar a redes excesivamente densas, se utilizó un umbral $u = 0.82$ para filtrar todas las correlaciones que estuvieron por debajo de este valor. En cuanto al Reino Unido, se realiza el mismo procedimiento que el caso anterior, pero incluyendo solo bienes y servicios que componen el IPC y tomando un umbral de $u = 0.5$. En lo que respecta a Uruguay, como se comentó previamente, existe el antecedente de Álvarez et al. (2020), que al igual que el caso de Sarantitis *et al* construye redes complejas en base a las clases del IPC pero tomando un umbral de $u = 0.36$.

4. Datos

4.1. IPC

El IPC se define como un índice de precios de base fija, conocido como índice de Laspeyres y se calcula de la siguiente manera:

$$IPC_0^t = \sum_{i=1}^I I_i^t w_i^0 \quad (4)$$

Donde i es el subíndice que representa a cada uno de los bienes y servicios (varía de 1 a I), IPC_0^t es el índice de precios del consumo en el período t , con base en el período 0, I_i^t es el índice de precios del producto i en el período t y w_i^0 es la ponderación del producto i en el mes base (período 0).

La necesidad de contar con estadísticas sobre precios deriva de que los cambios en el nivel y en la estructura de éstos afectan la comparación en el tiempo y en el espacio de las variables económicas que están valoradas en unidades monetarias. A su vez, existen diferentes unidades de cuenta relevantes que se ajustan con el IPC por lo que una buena estimación de este fenómeno evita errores en la asignación de recursos.

Si bien este índice permite tener una estimación de la inflación en distintos plazos (ver Ecuaciones 5 y 6) existen ciertos inconvenientes asociados a la construcción de los índices de este tipo. Uno de los principales problemas es que al usar una canasta de bienes fija no contempla la sustitución de bienes ante cambios en los precios relativos que podrían realizar los consumidores. A su vez, no contempla cambios en la calidad de los bienes, en la estructura de consumo o en la relación entre los distintos bienes y servicios, así como tampoco contempla la introducción de nuevos bienes. Por estas razones, cada cierto período de tiempo se procede a una actualización de la canasta, también conocido como cambio de base.

$$\pi_t^{\text{Mensual}} = \frac{IPC_t - IPC_{t-1}}{IPC_{t-1}} \quad (5)$$

$$\pi_t^{\text{Anual}} = \frac{IPC_t - IPC_{t-12}}{IPC_{t-12}} \quad (6)$$

4.2. Base de datos

Los datos iniciales, que posteriormente fueron transformados para utilizar como base de este trabajo, fueron extraídos de la base del Índice de Precios del Consumo (IPC), el cual es elaborado por el Instituto Nacional de Estadística (INE)² con frecuencia mensual. Se tomaron datos comprendidos en el período marzo de 1997 hasta julio de 2020, aunque cabe aclarar que está subdividida en dos períodos (marzo 1997-noviembre 2010 y diciembre de 2010 en adelante) ya que en diciembre de 2010 se realizó un cambio de base.

Cuando se utilizan números índices es frecuente que una vez transcurrido cierto tiempo desde la elección del período base, el dato correspondiente a dicho período pierde su carácter representativo, de manera que resulta conveniente fijar un nuevo período de referencia más próximo al actual. Es por esto que en diciembre de 2010 se procedió a actualizar los productos, agregando nuevos y redefiniendo sus agrupaciones.

Los datos correspondientes al primer período tienen como período base marzo de 1997, en el cual se introdujo un cambio metodológico (ver: INE (1997)) con respecto al período que le precede. En esta ocasión, el IPC estaba compuesto por 310 bienes y servicios correspondientes al área urbana de Montevideo, los cuales se pueden agrupar a distintos niveles

²Datos disponibles en: / <http://www.ine.gub.uy/web/guest/ipc-indice-de-precios-del-consumo>

en conjuntos de bienes y servicios considerados similares, conformándose 70 subrubros y 9 rubros que engloban los primeros. Para este trabajo se utilizará el nivel de desagregación correspondiente a los subrubros (ver Anexo A), por lo cual se disponen de 70 series temporales.

Con respecto al segundo período, la base corresponde a diciembre de 2010, donde no solo se amplía la cantidad de bienes y servicios considerados a 374 (ver: INE (2010)), sino que también se incorporan a la muestra algunas áreas urbanas del interior del país, por lo cual este índice representa la evolución del precio de una canasta de consumo típico de una familia de Montevideo o del Interior urbano. Estos productos se agrupan en 88 clases de bienes y servicios con características similares, las cuales a su vez se agrupan en 12 divisiones. Es preciso destacar que en la base anterior se contaban con 9 “grandes grupos” que eran los rubros, en este cambio de base estos pasan a ser 12 y toman el nombre de divisiones. En particular, se destaca que el rubro Alimentos y Bebidas se separa en las divisiones “Alimentos y Bebidas no Alcohólicas” y “Bebidas Alcohólicas, Tabaco y Estupefacientes” y que el rubro “Transporte y Comunicaciones” se divide en dos divisiones: “Transporte” y “Comunicaciones”, con respecto a los otros rubros no se observan grandes cambios en líneas generales. La Figura 4 muestra los cambios en las ponderaciones de las distintas divisiones tras el cambio de base.

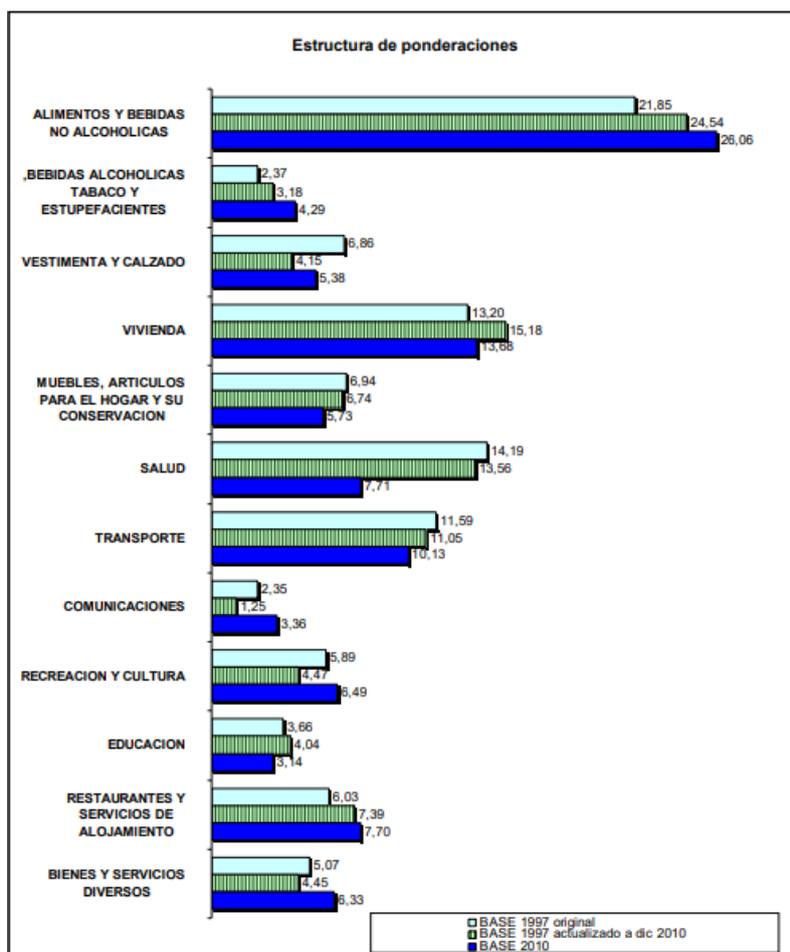


Figura 4: Modificación en las ponderaciones de la estructura de consumo de las diferentes divisiones que componen el IPC entre las bases de 1997 y 2010. Fuente: INE (2010)

Se observa un aumento en la ponderación de consumo de las divisiones “Alimentos

y Bebidas no Alcohólicas”, “Bebidas Alcohólicas, Tabaco y Estupefacientes” y “Comunicaciones” en detrimento de “Salud” y “Transporte”. El aumento de la ponderación de Comunicaciones tiene una explicación lógica en el cambio en las preferencias y accesibilidad a dichos bienes, mientras que la disminución en Salud estaría explicado por un mayor acceso a la salud pública a partir de la creación del Fonasa en 2007, que contribuyó a que los hogares debieran destinar una menor parte de sus recursos en salud.

Así como en la primera parte se consideró el nivel de los subrubros, para este período se tomaron los datos correspondientes a las clases (ver Anexo B), disponiéndose de 88 series temporales.

En ambos períodos los productos se clasifican en bienes homogéneos, heterogéneos y especiales. Esta clasificación determina la forma de cálculo del índice y el modo de recolección y tratamiento del precio. Los bienes homogéneos son aquellos que pueden ser especificados de forma única, es decir, que el bien puede ser encontrado en diferentes establecimientos de forma similar y las características de este no suelen evolucionar en el tiempo. En cambio, los bienes heterogéneos no pueden ser descritos de forma cerrada, sino que estos difieren según el punto de venta y se ven significativamente afectados por los avances tecnológicos. Finalmente, los bienes especiales son aquellos que requieren un tratamiento especial para su procesamiento, como pueden ser las tarifas públicas, alquileres o gastos comunes.

El formato con el cual se trabajan las series es el de las variaciones mensuales porcentuales para cada una de las clases o subrubros. Por lo tanto, a cada serie $ip_{i,t}$ en el momento t se la transforma (ver Ecuación 7) de modo de obtener una nueva serie temporal $x_{i,t}$. Obsérvese que al realizar dicho procedimiento se “pierde” una observación para cada uno de los dos sub-períodos.

$$x_{i,t} = \frac{ip_{i,t} - ip_{i,t-1}}{ip_{i,t-1}} \quad (7)$$

5. Metodología

5.1. Análisis de redes

5.1.1. Definición

Se define una red $G(V,E)$ como un conjunto de nodos (V) relacionados entre sí a partir de aristas (E). El conjunto de nodos $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ representa los objetos a estudiar, mientras que el conjunto de aristas $E = \{e_{1,1}, e_{1,2}, \dots, e_{n,n}\}$ da la conexión entre los distintos nodos de la red, donde se cumple que el nodo i está conectado con el nodo j si y solo si $e_{i,j} \in E$ (o análogamente $i, j \in E$).

Un grafo puede ser representado a partir de una matriz de adyacencia $A_{n \times n}$ (Ecuación 8), donde el elemento $A_{i,j}$ representa el enlace que une al nodo i con el j . En el caso que dos nodos no estén conectados se indica con un 0 en la matriz de adyacencia, por lo que $A_{i,j} = 0 \Leftrightarrow \{i, j\} \notin E$, los valores diferentes a 0 implican que existe un enlace entre ambos nodos, y el elemento $\{i, j\}$ de la matriz nos da la intensidad de dicho vínculo. En este trabajo se utilizan redes no dirigidas, esto quiere decir que la relación entre el nodo i y el nodo j es la misma que la relación entre el nodo j y el nodo i , y sin auto-bucles, esto quiere decir que no existe relación del nodo i consigo mismo. En términos de la matriz de

adyacencia estas condiciones pueden expresarse como $A_{i,j} = A_{j,i}$ y $A_{i,i} = 0$ respectivamente, por lo que la matriz de adyacencia será una matriz simétrica con la diagonal principal nula.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & A_{1,2} & \cdots & A_{1,n} \\ A_{2,1} & 0 & \cdots & A_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

5.1.2. Construcción de las redes

Para este trabajo los nodos estarán representados por los subrubros (para el período marzo 1997 - noviembre 2010) y por las clases (para el período diciembre de 2010 - julio de 2020), por lo que para el primer período las redes tendrán 70 nodos mientras que para el segundo 88. Esto hace que las redes no sean estrictamente comparables entre los dos períodos debido a la heterogeneidad en la composición de los nodos. Estas redes serán construidas utilizando datos correspondientes a períodos de 12 meses, utilizando una ventana temporal mensual a modo de poder obtener la mayor cantidad de redes posibles. A modo de ejemplo, la primera red será construida utilizando los datos comprendidos entre marzo de 1997 y febrero de 1998, la segunda con datos entre abril de 1997 hasta marzo de 1998, y así sucesivamente. Es importante destacar que dentro de cada período los nodos se mantienen constantes y lo que se modifica son las aristas, ya que estas dependen de la correlación entre las clases o subrubros, que a su vez van evolucionando a medida que se mueve la ventana temporal.

En ambos casos, las aristas entre los nodos estarán representadas por el coeficiente de correlación lineal de Pearson en el período de construcción de la red entre las clases o subrubros que representan a cada nodo. En términos de la matriz de adyacencia esto puede ser representado como $A_{i,j} = A_{j,i} = r_{i,j}$, por lo que en principio se establecerá que dos nodos estarán conectados si tienen una correlación distinta de 0. Pero esta situación daría lugar a redes excesivamente densas donde se toma como válida información poco relevante que puede llegar a resultar en conclusiones erróneas, por lo que basándonos en antecedentes previos (Sarantitis et al. (2018) y Álvarez et al. (2020)) se procederá a filtrar todas las correlaciones por debajo de cierto umbral u . Para el caso de Uruguay el antecedente de Álvarez et al. (2020) establece como valor de umbral $u = 0.36$ (ver Anexo C). Por lo tanto se obtendrá una nueva matriz de adyacencia $A'_{n \times n}$ (y por lo tanto una nueva red) donde el elemento i, j de esta matriz estará dado por:

$$\begin{cases} A'_{i,j} = 0 & \text{si } r_{i,j} < u \\ A'_{i,j} = r_{i,j} & \text{si } r_{i,j} \geq u \end{cases}$$

Una vez realizado este procedimiento, se obtienen 154 redes de 70 nodos para el primer período y 104 redes de 88 para el segundo período, por lo cual es posible comenzar a realizar el análisis de las mismas.

5.1.3. Indicadores para el análisis de redes

Los indicadores son un conjunto de variables que permiten resumir diferentes aspectos de la red. Para redes con un número no pequeño de nodos estudiar detalladamente el comportamiento de los aristas y relaciones se vuelve imposible por lo que se utilizan variables que permitan resumir qué es lo que está sucediendo en la red. Con esta finalidad, se utilizarán

un conjunto de indicadores (ver sub-secciones siguientes) que permiten comprender la dinámica de los precios, se estudiará su evolución y su posible relación con el proceso inflacionario.

5.1.3.1 Densidad de la red:

La densidad de la red (Ecuación 9) representa el grado de conectividad entre los nodos de la red. Toma valores entre 0 y 1, siendo 0 una red donde no existen conexiones entre los distintos nodos y 1 donde todos los nodos están conectados entre sí. Se define como el cociente entre la cantidad de aristas existentes y la cantidad máxima de aristas posibles, donde para el caso de una red no dirigida y sin auto-bucles es de $n(n - 1)/2$.

$$den(G) = \frac{\text{Cantidad de aristas}}{\text{Cantidad de aristas posibles}} = \frac{\text{Cantidad de aristas}}{n(n-1)/2} \quad (9)$$

5.1.3.2 Transitividad:

En matemática, una relación r se dice transitiva si dado que $a r b$ y $b r c$ implica $a r c$. Este indicador busca cuantificar que tan cierto es esto para el caso de una red en particular. Dados tres nodos i, j y k donde $e_{i,j} \in E$ y $e_{j,k} \in E$ una transitividad de 1 implica que necesariamente $e_{i,k} \in E$, mientras una transitividad de 0 implica que $e_{i,k} \notin E$. En particular, este indicador (Ecuación 10) se puede interpretar desde un enfoque frecuentista de la probabilidad como la probabilidad de que $e_{i,k} \in E$ dado $e_{i,j} \in E$ y $e_{j,k} \in E$.

$$transit = \frac{\# \text{ caminos cerrados de largo 3}}{\# \text{ posible de caminos cerrados de largo 3}} = P(e_{i,k} \in E / e_{i,j}, e_{j,k} \in E) \quad (10)$$

5.1.3.3 Tamaño del componente gigante (NRP):

Para definir esta métrica es preciso introducir algunos conceptos previos:

Grafo conexo: Un grafo $G(V,E)$ se dice conexo si y solamente si para todo par de nodos $i, j \in V$ existe un camino que los une. Es decir, es posible ir desde el nodo i al nodo j en un número finito de pasos.

Subgrafo: $H(V',E')$ es un subgrafo de G si $V' \subseteq V$ y $E' \subseteq E$.

Subgrafo inducido: Se dice que un grafo $H(V',E')$ es un subgrafo de G inducido por V' y denotamos $H = G[V']$ si H contiene a todas las aristas de G , restringido a los vértices de V' .

Componente conexa: La componente conexa de un grafo $G(V,E)$ para un nodo i denotada como G_i se define como el subgrafo inducido por el conjunto de vértices $V_i = \{j : \text{hay un camino de } i \text{ a } j \text{ en } G\}$. Nótese que un grafo conexo tendrá una única componente conexa ($V = V_i \Rightarrow G = G_i \forall i$), mientras que si el grafo no es conexo ($\exists i$ y $j \in V /$ no existe camino entre i y j) tendrá al menos dos componentes conexas G_i y G_j donde $G_i \cap G_j = (\emptyset, \emptyset)$ y $\bigcup_i G_i = G$.

El componente gigante lo definiremos como la componente conexa con mayor cantidad de nodos.

5.1.3.4 Distancia promedio

La distancia promedio (ver Ecuación 11), tal como su nombre lo dice, es la distancia promedio entre dos nodos cualesquiera. Permite cuantificar que tan rápido fluye la información dentro de la red y para su cálculo no se tiene en cuenta el peso de los aristas, es decir, $A_{i,j} = 1$ si $e_{i,j} \in E$ y $A_{i,j} = 0$ si $e_{i,j} \notin E$.

$$DistProm = \frac{1}{(n-1)^2} \sum_{i,j} \sum_{i \neq j} d_{i,j} \quad (11)$$

5.1.3.5 Correlación media

Permite analizar el grado de correlación de la estructura de precios de la economía para los distintos períodos de análisis. Para su cálculo, es necesario trabajar con todas las correlaciones, es decir, se trabajan con los datos sin filtrar:

$$CorMedia = \frac{1}{(n-1)^2} \sum_{i,j} \sum_{i \neq j} |r_{i,j}| \quad (12)$$

5.1.3.6 Comunidades

Detectar comunidades permite identificar subgrupos de precios con dinámicas similares dentro de las redes a estudiar. Para este trabajo se utilizará el algoritmo de *Louvain* propuesto por Blondel et al. (2008). Es uno de los algoritmos más utilizados para la detección de comunidades en redes y tiene la bondad de ser muy eficiente en términos computacionales. Se optó por este algoritmo, ya que producía mejores resultados en términos de la modularidad de la partición (concepto que se explica a continuación) que otros, como por ejemplo el de Newman (2004). Es un algoritmo del tipo “jerárquico agregativo” (aunque con ciertas particularidades) que tiene como fin detectar comunidades de nodos con gran cantidad de enlaces entre ellos y pocos enlaces entre los nodos de diferentes comunidades. Con este fin, se busca maximizar una métrica llamada modularidad (ver Ecuación 13) la cual toma valores en el intervalo $[-1, 1]$ donde valores próximos a 1 indican que existe gran cantidad de enlaces dentro de las comunidades en comparación con la cantidad de enlaces entre comunidades.

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[A_{i,j} - \frac{k_i k_j}{2m} \right] \delta(c_i, c_j) \quad (13)$$

Donde n es la cantidad de nodos en la red, $A_{i,j}$ representa el enlace que va desde el nodo i al nodo j , $k_i = \sum_{j=1}^n A_{i,j}$ es el grado del nodo i , $m = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n A_{i,j}$ el valor total de los enlaces en la red, c_i la comunidad del nodo i y $\delta(c_i, c_j)$ la delta de Kronecker: la cual vale 1 si $c_i = c_j$ y 0 en caso contrario. Una derivación matemática de la intuición que está detrás de esta expresión se encuentra en el Anexo D.

Sin embargo, optimizar dicha expresión es un problema del tipo NP-hard, por lo cual no puede ser resuelto en un tiempo de computación razonable. A pesar de esto, el algoritmo propuesto arriba a óptimos locales y ha logrado mejores resultados en términos de eficiencia computacional y modularidad que los algoritmos que le preceden.

A continuación, se describirá el procedimiento que sigue este algoritmo. Se parte de una red compuesta por n nodos, y se comienza asignando cada nodo a una comunidad distinta, por lo cual se tienen inicialmente n comunidades. Cada iteración del algoritmo

está compuesta por dos fases, que se describen a continuación.

Fase 1

Para cada nodo i se consideran sus j vecinos y se evalúa la ganancia de modularidad ΔQ (ver Ecuación 14) que surge de asignar el nodo i a la comunidad del nodo j . Se asigna i a la comunidad en la cual la ganancia de modularidad sea máxima, siempre y cuando esta sea mayor que 0. En caso contrario, el nodo i permanece en su comunidad inicial. La ganancia de asignar el nodo i a la comunidad del nodo j surge de la siguiente expresión:

$$\Delta Q = \left[\frac{\sum_{in} + 2k_{i,in}}{2m} - \left(\frac{\sum_{tot} + k_i}{2m} \right)^2 \right] - \left[\frac{\sum_{in}}{2m} - \left(\frac{\sum_{tot}}{2m} \right)^2 - \left(\frac{k_i}{2m} \right)^2 \right] \quad (14)$$

Donde \sum_{in} es la suma de los pesos de los enlaces dentro de la comunidad a la cual se está moviendo el nodo i , \sum_{tot} es la suma de todos los pesos de los enlaces a los nodos de la comunidad a la cual se está moviendo i , $k_{i,in}$ es la suma de los pesos del nodo i con los miembros de su nueva comunidad, mientras que k_i y m tienen el mismo significado que el empleado en la Ecuación 13.

Este proceso se realiza recursivamente hasta que no se puedan lograr más mejoras en la modularidad, arribando así a un óptimo local. Cabe aclarar que un nodo puede ser evaluado sucesivas veces y trasladado de comunidad en caso de que se produzca una ganancia de modularidad. Asimismo, también es importante notar que los resultados obtenidos en esta fase son sensibles al orden en el cual se tomen los nodos inicialmente, aunque de acuerdo con los autores, los resultados no difieren demasiado al cambiar el orden.

Fase 2

Una vez completada la etapa anterior, se tiene un conjunto de K comunidades $C^1 = \{c_1^1, c_2^1, \dots, c_K^1\}$ las cuales satisfacen:

- $c_i^1 \cap c_j^1 = \emptyset \forall i \neq j$
- $\cup_{k=1}^K c_k^1 = V$ el conjunto de nodos de la red

Luego, se construirá una nueva red tomando como nodos a estas K comunidades, donde el enlace entre dos comunidades estará dado por la suma de los pesos de los enlaces entre los nodos que componen las correspondientes comunidades. Denotando por $A_{c,c'}$ el enlace entre los nodos compuestos por las comunidades c y c' y n_c la cantidad de nodos en la comunidad c se tiene que:

$$A_{c,c'} = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_{c'}} A_{i,j} \quad (15)$$

Esta nueva red tendrá la presencia de auto-bucles, cuyo valor está dado por la sumatoria de los pesos de los enlaces dentro de la propia comunidad, es decir:

$$A_{c,c} = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{j=1}^{n_c} A_{i,j} \quad (16)$$

Luego de completada esta fase es posible pasar a la siguiente iteración, en la cual se repite para esta nueva red hallada el ya descrito procedimiento hasta arribar a la estructura final de comunidades. La Figura 5 presenta de manera esquemática los pasos que sigue este algoritmo:

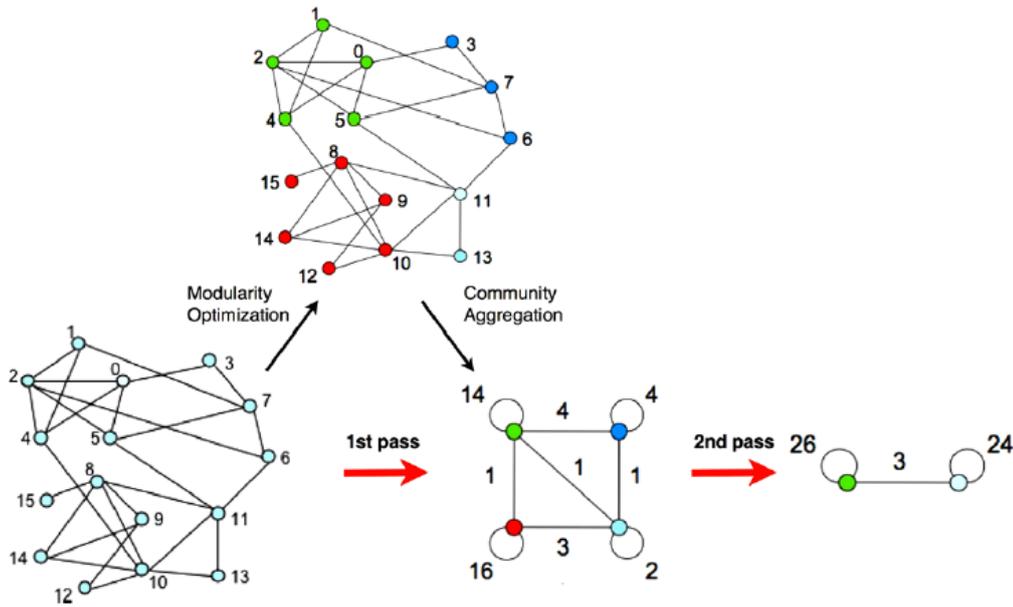


Figura 5: Esquema del algoritmo de Louvain. Fuente: (Blondel et al., 2008)

Puede verse que cada iteración lleva dos procesos internos, la optimización local de la modularidad y luego la creación de una estructura de comunidades (fases 1 y 2 descritas previamente). El algoritmo sigue iterando hasta que no se producen cambios en la estructura de comunidades.

5.1.4. Modelos Lineales y Cambio Estructural

5.1.4.1 Modelo de Regresión lineal

El modelo de regresión lineal múltiple tiene por objetivo ajustar modelos lineales entre una variable dependiente y un conjunto de variables independientes. La linealidad en este modelo debe darse en los parámetros.

Una regresión lineal múltiple sigue la siguiente Ecuación:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_d X_d + \varepsilon \quad (17)$$

Donde β_0 es la constante, β_i son los coeficientes de regresión, X_i las variables explicativas y ε representa los residuos o error del modelo, respecto a los cuales se asume $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$; bajo esta hipótesis es posible calcular la distribución de los parámetros y realizar inferencia.

Partiendo de esta ecuación, y utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios, se busca hallar los $\hat{\beta} \in R^{d+1}$ óptimos, es decir, aquellos que minimicen $\|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta\|^2$. Tomando $\|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta\|^2 = (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)^t(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta)$, realizando derivadas parciales e igualando al vector nulo se obtiene $\beta = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y}$ (asumiendo $\mathbf{X}^t \mathbf{X}$ invertible), luego, por ser la matriz hessiana de $\|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta\|^2$ definida positiva, $\|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\beta\|^2$ resulta convexa, y $\hat{\beta} = (\mathbf{X}^t \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^t \mathbf{Y}$.

En este tipo de modelos es importante testear la ausencia de heterocedasticidad y de multicolinealidad, así como la independencia, distribución normal, media cero y varianza constante de los residuos.

Una de las técnicas disponibles para el chequeo de la heterocedasticidad del modelo es el test de Breusch-Pagan (Breusch & Pagan, 1979), donde la hipótesis nula es la existencia de homocedasticidad, y la hipótesis alternativa la existencia de heterocedasticidad. El test busca estimar las varianzas de los residuos estandarizados.

Para detectar la multicolinealidad se puede calcular el factor de inflación de varianza, definido como $VIF(\beta_j) = \frac{1}{1-R^2_{x_j|x_{-j}}}$. Este factor compara la varianza del modelo multivariado con la varianza del modelo si tuviese únicamente un factor, calculando cuan aumentada está la varianza del primero por la colinealidad.

Por último, la calidad del ajuste de los modelos lineales puede evaluarse mediante el estadístico R^2 , el cual mide la proporción de variabilidad total explicada por el modelo, es decir: $R^2 = 1 - (SCE/SCT)$, donde SCE es la suma de los cuadrados explicados, y SCT la suma de cuadrados totales. Por otra parte, el R^2_a (R^2 ajustado) busca penalizar la inclusión de variables al modelo y está definido como $R^2_a = 1 - \frac{N-1}{N-k-1}(1 - R^2)$ siendo N la cantidad de observaciones y k la cantidad de variables.

En este caso, se buscará explicar la inflación interanual en función de los ya mencionados indicadores de redes. El motivo por el cual se elige la inflación interanual es que las redes también se construyen en períodos de un año. Cabe aclarar que los modelos a estimar no serán predictivos, sino descriptivos, donde lo central será estudiar los coeficientes del modelo y los cambios en los mismos en el correr del tiempo.

5.1.4.2 Estudio de Cambio Estructural

Al estudiar datos temporales con períodos relativamente largos es posible que se presenten cambios estructurales en los modelos, máxime considerando la presencia de la crisis de 2002 dentro del intervalo temporal y de un cambio de base. Una de las formas que existen para detectar cambios estructurales en un modelo lineal es el test de Chow (1960), el cual contrasta si los coeficientes del modelo cambian de manera significativa al considerar dos períodos de tiempo. Si se considera que hay un solo modelo válido este puede escribirse como:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (18)$$

Donde \mathbf{Y} es un vector de T observaciones, $\boldsymbol{\beta}$ es un vector de largo $k + 1$, \mathbf{X} es una matriz de $T \times (k + 1)$ y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un vector de largo T .

Este test busca contrastar si $\boldsymbol{\beta}$ cambia a lo largo de los períodos considerados. En particular, si se considera el caso de dos períodos donde en el primero se disponen de T_1 observaciones y T_2 en el segundo se pueden estimar dos modelos (ver Ecuaciones 19 y 20) sobre los cuales se busca contrastar la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0) \boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{\beta}_2$$

$$H_1) \boldsymbol{\beta}_1 \neq \boldsymbol{\beta}_2$$

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{X}_1\boldsymbol{\beta}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (19)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{X}_2\boldsymbol{\beta}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 \quad (20)$$

El estadístico de prueba utilizado para llevar a cabo este contraste viene dado por la Ecuación 21 y bajo el supuesto de normalidad en los residuos tiene una distribución F de Fisher-Snedecor con k y $T - 2k$ grados de libertad.

$$F^* = \frac{(SCR - (SCR_1 + SCR_2))/k}{(SCR_1 + SCR_2)/(T_1 + T_2 - 2k)} \quad (21)$$

Donde SCR es la suma de cuadrados de los residuos del modelo conjunto (períodos 1 y 2 a la vez) y SCR_i la suma de cuadrados de los residuos del modelo estimado en el período i . Dado que el estadístico tiene una distribución conocida es inmediato obtener los resultados acerca de la existencia o no de cambio estructural (rechazo de H_0). Sin embargo, este test requiere del supuesto de homocedasticidad de la varianza de los residuos en el modelo, lo cual no se cumple en este set de datos de acuerdo al test de Breusch & Pagan (1979). Para resolver este tipo de situaciones Toyoda (1974) propone un test alternativo robusto a la heterocedasticidad.

En particular, dicho test supone que la heterocedasticidad se da por un cambio en σ en los dos períodos, por lo que la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos se asume que tiene la siguiente forma:

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \sigma_1^2 & & 0 \\ & & & \sigma_2^2 & \\ 0 & & & & \ddots \\ & & & & & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \quad (22)$$

Donde se observa que la varianza de los residuos varía al cambiar el período de estudio, siendo σ_1 para el primer período y σ_2 para el segundo.

Para este test, la prueba de hipótesis se mantiene incambiada, pero el estadístico de prueba propuesto en la Ecuación 21 ya no tiene distribución F de Fisher-Snedecor con k y $T - 2k$ grados de libertad, sino que ahora tiene una distribución aproximada:

$$F^* \sim \frac{T - 2k}{f} F(k, f)$$

$$\text{Donde } f = \frac{[(T_1 - k)\sigma_1^2 + (T_2 - k)\sigma_2^2]^2}{(T_1 - k)\sigma_1^4 + (T_2 - k)\sigma_2^4}$$

Por lo tanto, si $F^* > \frac{T - 2k}{f} F_{1-\alpha}(k, f)$ se rechaza la hipótesis nula de igualdad en los parámetros y sería posible concluir la existencia de un cambio estructural en el modelo.

5.1.4.3 Modelos Lineales Generalizados

Los modelos de regresión lineal generalizados (GLM) son una extensión de los modelos lineales que permiten trabajar sin el supuesto de que el componente aleatorio del modelo sigue una distribución normal, ampliando las restricciones a cualquier distribución

proveniente de una familia exponencial. De este modo, y sabiendo que la distribución de una variable aleatoria Y proviene de una familia exponencial cuando su función de probabilidad tiene la forma $f(y, \theta) = e^{(a(y)b(\theta)+c(\theta)+d(y))}$, la parte aleatoria de un modelo lineal generalizado se define como:

$$f(y_i, \theta_i) = \exp(a(y_i)b(\theta_i) + c(\theta_i) + d(y_i)) \quad (23)$$

Además, la función de enlace entre la parte aleatoria del modelo y la parte sistémica puede, en el caso de los GLM, ser cualquier función monótona y diferenciable $g(\mu) = \eta$, siendo $\mu = E(Y)$, y η un predictor lineal originado por las variables $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$ del modelo, es decir, $\eta = \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_p X_p$. Esto último representa el componente sistémico del modelo, que, en definitiva, es entonces:

$$g(\mu_i) = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \beta_3 X_{i3} + \dots + \beta_p X_{ip} = \eta_i \quad (24)$$

La estimación de los parámetros en los modelos lineales generalizados se realiza mediante la utilización del método de máxima verosimilitud, es decir, buscando los β tales que se maximice la función $L(\beta, \mathbf{Y}) = \prod_{i=1}^n f(y_i, \beta_i)$. La obtención de una solución es a menudo compleja, por lo que se recurre a mecanismos tales como el método de Newton-Raphson (con el cual se resuelve el sistema iterando en forma numérica) o el método de Fisher scoring.

En este modelo se asume que la variable de respuesta, Y , es una variable binaria, tal que $Y \sim Ber(p)$. La función de enlace adecuada es entonces la función logit:

$$g : [0, 1] \rightarrow R \text{ tal que } g(p) = \ln \left(\frac{p}{1-p} \right).$$

Donde p es la probabilidad de que suceda el evento en cuestión.

El modelo de regresión logística está entonces dado por:

$$\ln \left(\frac{p}{1-p} \right) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_p X_p$$

En el presente trabajo se buscará estimar la probabilidad de formación de enlaces entre dos nodos a partir de la transabilidad de los mismos. La variable de respuesta Y tomará el valor 1 si hay un enlace entre dos nodos y 0 en caso contrario, y las variables explicativas serán $I_{\{T,T\}}$ que es una función indicatriz que toma el valor 1 en caso de que los dos nodos en cuestión sean clases de bienes transables y $I_{\{NT,NT\}}$ que es idéntico para el caso de bienes no transables. Se omite la indicatriz $I_{\{T,NT\}}$ ya que en caso de incluirla se tendrían problemas de multicolinealidad exacta. El modelo es el siguiente:

$$\ln \left(\frac{p}{1-p} \right) = \beta_0 + \beta_1 I_{\{T,T\}} + \beta_2 I_{\{NT,NT\}}$$

Este modelo se estimará tantas veces como redes se tengan, obteniéndose 258 modelos distintos, donde nuevamente, no será importante la capacidad predictiva del modelo sino estudiar la evolución de los parámetros. Para este modelo, de acuerdo al marco teórico

utilizado, se espera que tanto β_1 como β_2 sean positivos a lo largo del período de estudio ya que esto implicaría que la probabilidad de que se formen enlaces entre nodos del mismo grupo es mayor al caso de que sea uno de cada grupos, encontrándose una estructura cohesiva en la red en base a esta partición. Asimismo, también sería esperable no encontrar cambios abruptos (sin motivo) en los β y que la evolución de β_1 está vinculada a la evolución del tipo de cambio.

5.2. Árboles de expansión mínima

En teoría de grafos se define un árbol como un grafo no dirigido y conexo que satisface:

1. No tiene ciclos y en caso de incorporarse un enlace se formaría un ciclo
2. En caso de sacarse un enlace el grafo deja de ser conexo
3. Un árbol de n nodos tendrá necesariamente $n-1$ aristas

En el caso de los árboles de expansión mínima (AEM) se cumple que la interpretación del valor de los enlaces es opuesta a la descrita en la sección anterior, en este caso se penaliza un mayor peso de la arista. Cabe destacar que a las aristas se les otorga un peso en base a una métrica y que en este caso pueden ser interpretados como una distancia en cierto espacio euclidiano.

Por lo tanto, dado un grafo conexo el árbol de expansión mínima queda definido como aquel árbol que, incluyendo a todos los nodos, acumula la menor suma de distancias posibles. Esto puede verse más claro en la Figura 6 donde partiendo de un grafo conexo se tienen 3 árboles posibles pero solo el de la izquierda es el árbol de expansión mínima ya que la suma de los enlaces es menor que en los otros dos.

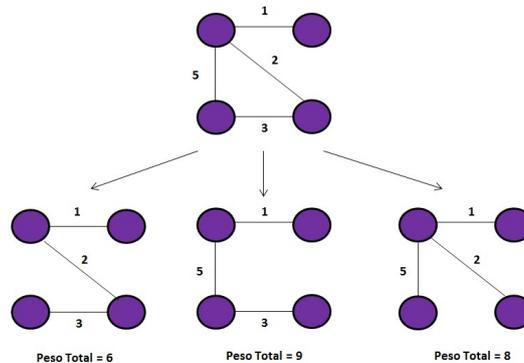


Figura 6: Proceso de selección del árbol de expansión mínima

En este trabajo los nodos serán, nuevamente, los 70 subrubros de bienes y servicios que componen el IPC para el período de marzo de 1997 a diciembre de 2010 y las 88 clases para el período de 2011 en adelante. En cuanto a los enlaces nos basaremos en la metodología utilizada por Mantegna (1999) para construir las distancias. Esta metodología permite calcular distancias entre series temporales a partir de las correlaciones lineales entre ellas, sin embargo, no se usan las correlaciones directamente ya que no satisfacen los tres axiomas de la distancia euclidiana (el tercero se verifica numéricamente en Mantegna (1999)), sino que una transformación de ella que se presenta en la siguiente Formula:

$$d(i, j) = 1 - \rho_{i,j}^2 \quad (25)$$

Esta distancia toma valores entre 0 y 1, y el valor de ella está asociado al grado de relación lineal entre las series temporales. Una distancia de 0 implica que dos series son simétricas (o antisimétricas) mientras que una distancia de 1 implica que no existe relación lineal entre ambas series. Por lo tanto utilizando la Fórmula 25 se pueden calcular todas las distancias cruzadas entre dos nodos cualesquiera, y luego construir una matriz de distancias \mathbf{D} . Dada esta matriz de distancias (que da lugar a un grafo conexo sumamente denso) se recurre al algoritmo de Kruskal (1956) para construir el AEM. A continuación describiremos brevemente los pasos del algoritmo:

1. Se ordenan de menor a mayor las distancias obtenidas en la matriz \mathbf{D}
2. En los primeros dos enlaces, se unen los dos pares de nodos que se encuentran a la menor distancia.
3. Luego, se unen los nodos que se encuentren a la menor distancia posible siempre y cuando no se forme un ciclo
4. El algoritmo se detiene al tener $n-1$ enlaces

Para poder comprender mejor la estructura de los AEM, existen ciertas medidas capaces de resumir la información contenida en dicho árbol. En particular, es de interés detectar nodos centrales, ya sea por la conectividad con otros nodos, o por la capacidad de transmisión de información en la estructura de precios. La importancia de la detección de estos nodos yace en que son representativos de la dinámica de otro subconjunto de nodos, o sirven de “puente” entre diferentes conjuntos de nodos con dinámicas distintas. Por otra parte, es relevante estudiar la importancia de ciertos nodos en los AEM, ya que estos estarían representando adecuadamente la dinámica de otros.

Las dos medidas seleccionadas para esta sección son:

Grado: Se define al grado de un nodo (Ecuación 26) como la cantidad de vecinos que este tiene en la red. En este caso, un valor alto de esta medida implica que este nodo tiene una dinámica muy similar a otro conjunto de nodos en el árbol.

$$G_i = \sum_{j=1}^n A_{i,j} \quad (26)$$

Donde en este caso $A_{i,j}$ vale 1 si hay un enlace entre i y j y 0 en caso contrario.

Betweenness: Esta medida (ver Ecuación 27) cuantifica la importancia de un nodo en la transmisión del flujo de información. Se define como la cantidad de caminos más cortos que unen dos nodos de la red que pasan por el nodo i , sobre el total de caminos más cortos que unen a los nodos j y k . Sin embargo, en un árbol solo existe un camino que une a dos nodos.

$$B_i = \sum_{j, k \neq i} \frac{\sigma_{i,j,k}}{\sigma_{j,k}} \quad (27)$$

Donde $\sigma_{j,k}$ representa la cantidad de caminos más cortos entre j y k (que para el caso de un árbol es siempre uno), mientras que $\sigma_{i,j,k}$ representa la cantidad de caminos más cortos entre j y k que pasan por el nodo i .

6. Resultados

6.1. Análisis de redes

Tal como se mencionó anteriormente, se construyeron redes para los diversos años de estudio usando ventanas móviles de un mes. A modo de ilustrar los resultados obtenidos, la Figura 7 representa las redes de precios obtenidas para los períodos diciembre de 2002 y 2014. En ella, puede verse que en ambos casos (y en los casos no visualizados) existe un conjunto de nodos centrales rodeados de otros periféricos, donde los primeros se caracterizan por haber tenido una dinámica similar a muchos otros nodos de la red en el período de construcción de la misma, mientras que los segundos tuvieron un comportamiento atípico. Si bien esta estructura se mantiene para todas las redes, los resultados en términos de las redes *per se* son sumamente dinámicos, observándose que la posición y el comportamiento de los nodos cambia a lo largo del período de estudio.

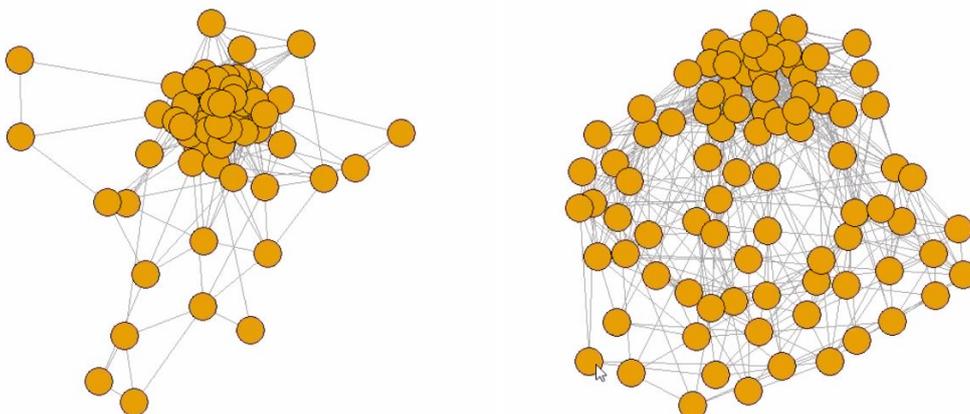


Figura 7: Redes de precios de la economía uruguaya a diciembre de 2002 y 2014 respectivamente

Para abordar esta sección del análisis se estudiará por separado lo sucedido en el período 3/1997-12/2010 y 1/2011-7/2020. Esto se debe a que al realizarse el cambio de base en el IPC en diciembre de 2010 las redes no son comparables debido al cambio en la cantidad de nodos (redes de distinto tamaño). Asimismo, es preciso aclarar que en términos de la evolución de los indicadores no se disponen datos en los períodos 3/1997-2/1998 y 1/2011-11/2011 ya que estos períodos fueron necesarios para la construcción de las redes.

Con respecto al primer período, en términos generales se observa que la inflación interanual presenta correlaciones fuertes con varios indicadores de la red, tal como se muestra en la Figura 8. La misma muestra las correlaciones entre los diferentes indicadores seleccionados y la inflación interanual, donde el color rojo está asociado a correlaciones altas y positivas, el azul altas y negativas y el blanco a correlaciones débiles. En particular, la inflación interanual registra una correlación alta con la densidad de la red, transitividad y la correlación media, mientras que presenta una correlación alta y negativa con la distancia promedio y la modularidad. Al estudiar las correlaciones entre los distintos indicadores se encuentran varios resultados esperables, como una correlación alta y positiva entre la densidad de la red y la correlación media (lo cual es esperable debido a la forma en la que

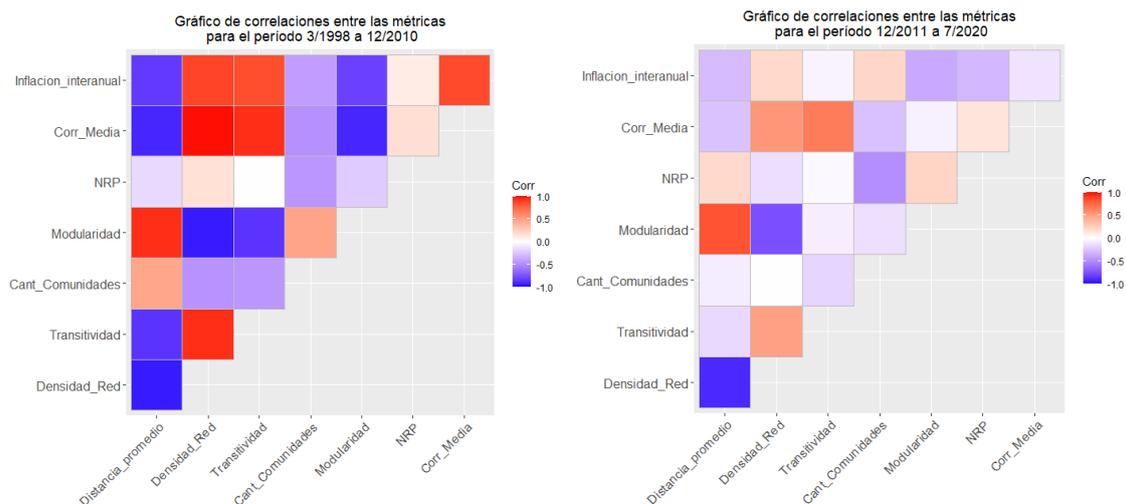


Figura 8: Correlaciones entre la inflación y los distintos indicadores para el primer y segundo período de estudio respectivamente

se construyeron los enlaces), y entre la correlación media y transitividad. Finalmente, se constatan correlaciones negativas entre la densidad de la red y la distancia promedio, lo cual es algo razonable ya que redes excesivamente densas hacen que sea fácil acceder desde un punto a otro de la red en pocos pasos.

Sin embargo, es importante destacar que en este período de estudio ocurrió en Uruguay una crisis económica que tuvo, entre otras consecuencias, una fuerte devaluación de la moneda (se llegó a producir un pico de 112% interanual en agosto del 2002) con las consecuencias que conlleva para los precios. En base a algunas de las teorías planteadas y a constataciones empíricas para Uruguay, se puede afirmar que una devaluación de la moneda genera transmisión al nivel general de precios por la vía de aumento de costos de producción para los productores locales (teoría de la inflación de costos) y por vía del aumento de los precios de los bienes transables que están sujetos a lo que sucede en el resto del mundo.

Por lo tanto, y con el fin de realizar un análisis más detallado, vamos a dividir este período en tres etapas. Un período pre-crisis comprendido entre marzo de 1998 y mayo de 2002, el período de crisis está comprendido entre junio de 2002 y enero de 2004 mientras que el período post-crisis se corresponde a febrero de 2004 y diciembre de 2010. Cabe destacar que la selección de estos períodos se realizó en base a los problemas inflacionarios (no necesariamente económicos) tomando como registros críticos aquellos en los cuales la inflación superó el 10%.

La elección del punto de quiebre fue considerando lo establecido en la cláusula gatillo, donde se pauta que en caso de que la inflación supere un 12% los salarios nominales deberán ajustarse para evitar que los trabajadores pierdan salario real. Si bien nuestro valor difiere del establecido en la cláusula, se elige el 10% ya que es un valor que se encuentra lo suficientemente cerca, y además es el primer valor que alcanza las dos cifras. Esto tiene implicancias desde el punto de vista psicológico para los agentes, ya que perciben fácilmente que el sistema probablemente se empiece a comportar de manera distinta. Es importante notar que este valor es adecuado para la situación uruguaya, pero nada asegura que sea extrapolable a otros países.

Al analizar el período de crisis, puede observarse en la Figura 9 que la inflación interanual estaría fuertemente vinculada con lo que sucede dentro de las redes, observándose una alta correlación entre los distintos indicadores y la inflación. En cambio, en los períodos de estabilidad no se observa una relación tan intensa entre los indicadores y la inflación, aunque en líneas generales se observa una mayor correlación para el período post crisis, lo que podría llevar a pensar que los efectos de la crisis tuvieron un impacto en la estructura de las redes.

Dado el marco teórico planteado, podría pensarse este resultado como una consecuencia de que la inflación pueda ser pensada como un sistema de dos fases, donde las inflaciones altas y bajas conllevan dinámicas sustancialmente distintas en cuanto al proceso de formación de redes de precios. En el mismo sentido, podría pensarse en la existencia de un umbral para la inflación en 10 % a partir del cual la dinámica del proceso cambia rotundamente.

Otro de los resultados destacables es la fuerte relación entre la cantidad de enlaces y los períodos de alta inflación. Se observa que en los períodos de estabilidad la correlación entre ambas variables es inferior a 0,3 mientras que en los períodos de crisis inflacionaria la correlación es de 0,78. Esto nos permitiría concluir que los períodos de crisis generan una ruptura en la estructura de precios relativos de la economía, ya que surgen un gran número de interrelaciones nuevas. A su vez, esto puede ser visto como un aumento en el flujo de información entre diferentes precios, ya que al haber más aristas la información fluye de manera más ágil dentro de las redes. Estos resultados podrán explorarse mejor en el estudio de modelos lineales y cambio estructural.

Al considerarse el último período de los datos (2011 en adelante) se tiene que las correlaciones son más débiles (ver Figura 8) que antes y se constatan cambios en el sentido de la correlación entre algunos indicadores y la inflación. Esto podría deberse a que estamos enmarcados en un período de inflación estable (similar a los períodos de pre y post crisis) por lo cual se mantienen los resultados de correlaciones débiles ante inflaciones bajas.

Esto parecería indicar que, para este período de estudio, se constata una relación entre el comportamiento del sistema a un nivel macro (vista desde la inflación) y de las redes expresada a través de los indicadores. Por lo tanto, se observa que en períodos de estabilidad del sistema de precios las redes también presentan un comportamiento estable. Asimismo, esta relación también se mantiene en períodos de inestabilidad, constatándose cambios abruptos en la topología de las redes en momentos de fluctuaciones intensas de precios. Es decir, se encuentra una relación entre el comportamiento del sistema a un nivel meso y el *output* del sistema.

Los resultados obtenidos de la relación entre los indicadores de red y la inflación interanual son consistentes con los obtenidos para el Reino Unido en el trabajo de Sarantis et al. (2018). En períodos de estabilidad (gran parte del período considerado para el trabajo en el Reino Unido) se encuentra una relación débil entre ciertos indicadores propuestos por los autores y la inflación. Por otra parte, ante un aumento abrupto en la inflación en el período de 2008-2009 (crisis financiera) también constatan la existencia de un pico en la densidad de la red.

Lo mencionado anteriormente es concordante con lo expuesto por Caraballo & Dabús (2008) donde los autores constatan una relación entre la inflación y la variabilidad de los precios relativos (visto en nuestro caso, desde la evolución de las redes). A su vez, los autores constatan que los diferentes regímenes de inflación son determinantes en la

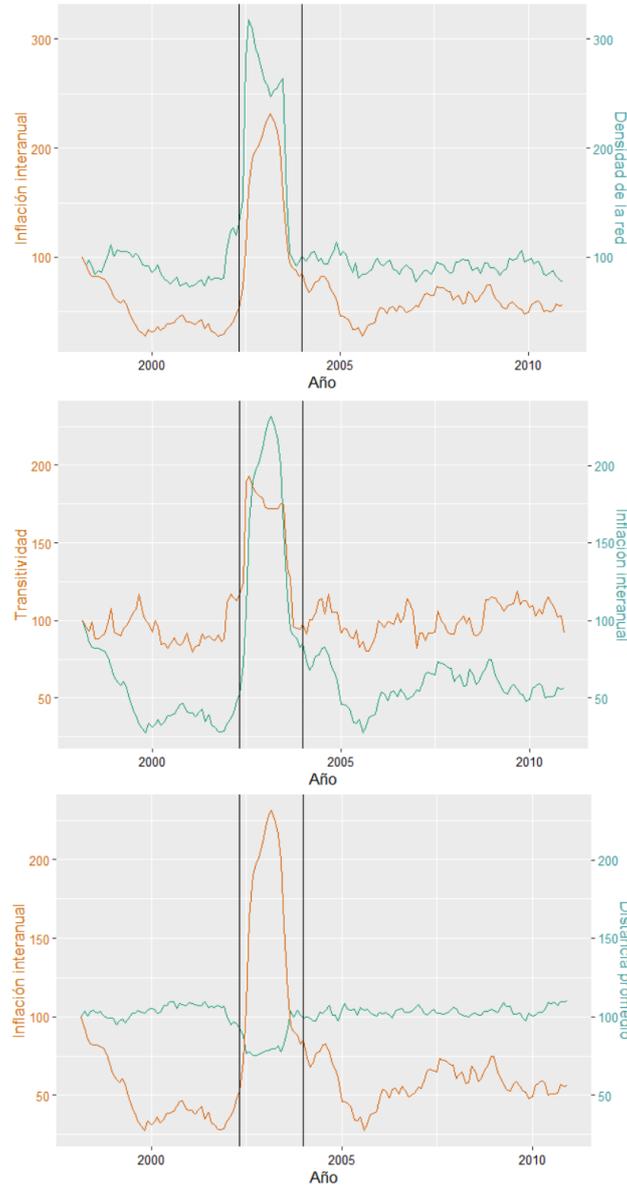


Figura 9: Comparación de principales indicadores con la inflación interanual en el período marzo de 1997- diciembre de 2010, separado por etapas. Índice Marzo de 1998 = 100

variabilidad de precios, lo cual también coincide con los hallazgos de este trabajo. Esto tiene consecuencias para la asignación de recursos por parte de los agentes. Entendiendo al sistema de precios como el resultado de las interacciones entre individuos y como base de las decisiones futuras de éstos, cambios abruptos en el sistema y en la estructura de precios relativos hacen que la asignación óptima de dichos recursos sea difícil.

Para poder estudiar estos fenómenos con mayor profundidad se estimaron un conjunto de modelos lineales para los distintos períodos de estudio. La ecuación que siguen estos modelos viene dada por la Ecuación 28 y los resultados de las estimaciones se muestran en la Tabla 1.

$$\text{Inf Inter} = \beta_0 + \beta_1 \text{Distancia Promedio} + \beta_2 \text{Densidad de la red} + \beta_3 \text{Transitividad} + \beta_4 \text{Cant Comunidades} + \beta_5 \text{Modularidad} + \beta_6 \text{NRP} + \beta_7 \text{Correlacion Media} + \varepsilon \quad (28)$$

Periodo	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7	R_a^2
1997-2010	-	-	1,33	-	-	0,25	-	-0,95	0,80
Pre/Crisis	0,18	-	0,85	-0,45	-0,01	-	-	-	0,27
Crisis	0,66	-0,24	-	-	-	-	-	-	0,68
Post-Crisis	0,10	-	-	-0,05	-	0,11	-0,01	-1,40	0,36
2011-2020	0,78	-	-	-	-	-0,08	-0,01	-0,17	0,20

Tabla 1: Modelos estimados para los distintos períodos de estudio

En la Tabla anterior, se incluyen los coeficientes de aquellas variables cuyo p-valor dado por la prueba t resultó significativo considerando un nivel de significación de 5%. Por lo tanto, el guion significa que la variable no fue incluida en el modelo para ese período.

Con respecto al modelo estimado para 1997-2010 este se realizó a modo de prueba, sabiendo que posiblemente hubieran problemas debido a la ya descrita irregularidad en dicho período. Esta hipótesis se confirmó al obtenerse un modelo con problema de heterocedasticidad y multicolinealidad, por lo cual los resultados de este modelo deben ser descartados. Por su parte, dada la alta correlación entre las variables en el período de la crisis se decidió estimar un modelo con solo una variable ya que cualquier otra combinación generaba problemas de multicolinealidad a pesar de mejorar el ajuste en términos del R_a^2 .

Como logra verse en la Tabla anterior, parecería que la estructura adecuada para los distintos períodos es dinámica y distaría de ser siempre la misma. Para poder comprobar estadísticamente este fenómeno recurrimos al ya explicado test de Chow robusto a la heterocedastidad. En particular, se testeó si se produjo cambio estructural: al entrar en la crisis, al salir de la crisis, antes de la crisis contra después de la crisis y al realizar el cambio de base. Para todos estos casos, se utilizó un nivel de significación de $\alpha = 0,05$ y se obtuvieron los siguientes resultados que pueden verse en la Tabla 2:

Como logra visualizarse en la Tabla anterior, para todos los períodos existió un cambio estructural. Esto corrobora la hipótesis de la posibilidad de existencia de cambio estructural en los distintos períodos, lo cual es algo razonable dado que estamos enmarcados en el paradigma de los sistemas complejos, por lo que el hecho de que el sistema no sea estático y evolucione en el tiempo es sumamente coherente. Cabe destacar que estos resultados de evolutividad en el sistema de precios son consistentes con los hallados en Álvarez et al.

Periodos	Estadístico (F^*)	Valor crítico	Resultado
Pre crisis vs. Crisis	10,90	2,20	Hubo cambio estructural
Crisis vs. Post crisis	19,88	3,06	Hubo cambio estructural
Pre crisis vs. Post crisis	5,53	2,67	Hubo cambio estructural
Post crisis vs. Segundo periodo	8,03	2,06	Hubo cambio estructural

Tabla 2: Prueba de cambio estructural para diferentes períodos

(2020) para el caso de Uruguay. Además, puede verse que los valores más altos del estadístico de prueba se encontraron al testear con el período de crisis, lo cual estaría implicando que el cambio estructural producido por ésta es más fuerte que los demás, lo cual tampoco resulta llamativo dada la magnitud de la misma.

Con respecto a los resultados de la estimación de los Modelos Lineales Generalizados, es preciso recordar que no era esencial el desempeño del modelo, sino estudiar los cambios en la probabilidad de existencia de un enlace dada la transabilidad de los nodos en cuestión (representando un conjunto de bienes y servicios) a lo largo del período.

Al tomarse como referencia el caso en el cual hay un enlace entre un bien transable y uno no transable los signos de β_1 y β_2 implican, en caso de ser positivos, que es más probable encontrar enlaces dentro de los grupos de bienes transables o no transables respectivamente con respecto a uno de cada uno. De acuerdo a la teoría económica, sería esperable encontrar que ambos parámetros sean mayores a 0 en todo el período.

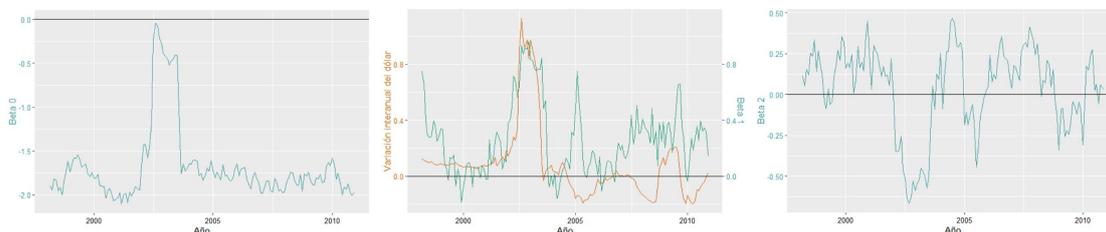


Figura 10: Evolución de los beta para el primer período

Sin embargo, para el primer período esto no parecería ser la generalidad, tal como muestra la Figura 10. En ella puede verse la evolución de β_0 , β_1 y β_2 para el primer período de estudio. En líneas generales, parecería que el resultado obtenido con respecto a β_1 es esperable ya que se encuentra por encima de 0 para casi todo el período. Por otra parte, β_2 presenta un comportamiento más errático a lo largo del período, destacándose la fuerte caída presentada a partir de la crisis del 2002. Este resultado no se explica por una disminución de la probabilidad de existencia de enlaces entre no transables, que, de hecho, aumentó en dicho período, sino por un aumento en términos relativos de la probabilidad de existencia de un enlace entre sub-rurbos de una categoría cada uno, con respecto al caso de ambos no transables. Esto podría estar indicando un proceso de contagio o transmisión desde precios transables hacia no transables que aumenta la cantidad de enlaces entre dichos grupos, que tras pasados los efectos de la devaluación, desaparece.

Esto parecería mostrar que para este período el conjunto de bienes transables tuvo una dinámica cohesiva dentro del grupo, mientras que en los bienes no transables no sucedió de la misma forma. Finalmente, es destacable el pico durante la crisis del 2002 y meses

posteriores de β_0 y β_1 .

Al estudiar el mismo fenómeno incorporando la dinámica del tipo de cambio, se observa una fuerte relación entre la dinámica del mismo y el aumento probabilidad de existencia de enlace de dos bienes transables (visto a través de β_1). Es decir, que cuando aumenta el tipo de cambio se genera un proceso de difusión a precios transables que produce un aumento de precios del grupo de bienes y servicios en su conjunto, lo cual al aumentar la correlación entre las series de clases de bienes y servicios en el período, se traduce en un aumento en la cantidad de enlaces. Por lo tanto, parecería ser claro que la evolución del tipo de cambio se vincula con el proceso de formación de redes de precios y la diferenciación de las mismas.

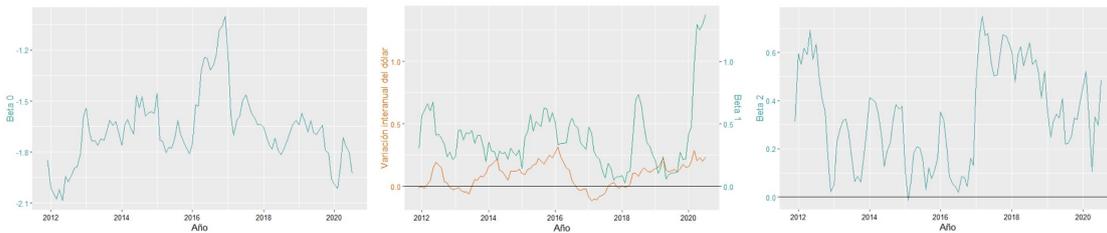


Figura 11: Evolución de los beta para el segundo período

Por otra parte, para el período 2011-2020 los β presentan un comportamiento más alineado a la hipótesis inicial (ver Figura 11). Ambos son mayores a 0 la gran mayoría del período lo cual implica que en este período la transabilidad de los bienes estuvo vinculada a la probabilidad de formación de enlaces. Asimismo, es destacable que su evolución presenta una menor correlación con la variación interanual del tipo de cambio. Por último, es importante notar el pico en β_1 sobre el final del período, el cual podría estar vinculado con la devaluación ocurrida a principio de este año, aunque a diferencia de la devaluación ocurrida en la crisis del 2002, no parecería haberse producido un efecto contagio a no transables (β_0 se mantuvo más bien estable).

6.2. Árboles de expansión mínima

Al igual que en la subsección anterior se consideró la misma división de los períodos de tiempo. En base a esto se procedió a construir un AEM para cada período, utilizando el algoritmo de Kruskal. La siguiente Figura (12) muestra los AEM obtenidos para cada período de estudio.

En la Figura se observa la variabilidad en la estructura de los árboles en los diferentes períodos, lo cual es consistente con la hipótesis de evolutividad del sistema precios de la economía uruguaya. A su vez, se constata una reconfiguración de la red ante un evento de crisis, que es congruente con los resultados obtenidos al estudiar cambio estructural. Esto se aprecia a través de los cambios en la forma de los árboles, ya que se observan estructuras topológicas distintas.

Con respecto a la transabilidad, los resultados son consistentes con la hipótesis de que la misma es relevante para la dinámica de precios. Esto se ve claramente en la Figura 12, donde hay una clara tendencia a formar enlaces entre nodos de la misma categoría, donde a pesar de los cambios en la estructura de la red, esta propiedad se mantiene presente para todos los períodos de estudio. A su vez, es claro que en el período donde la segmentación es más clara es el correspondiente a 2011-2020, lo que coincide con los hallazgos de la sección

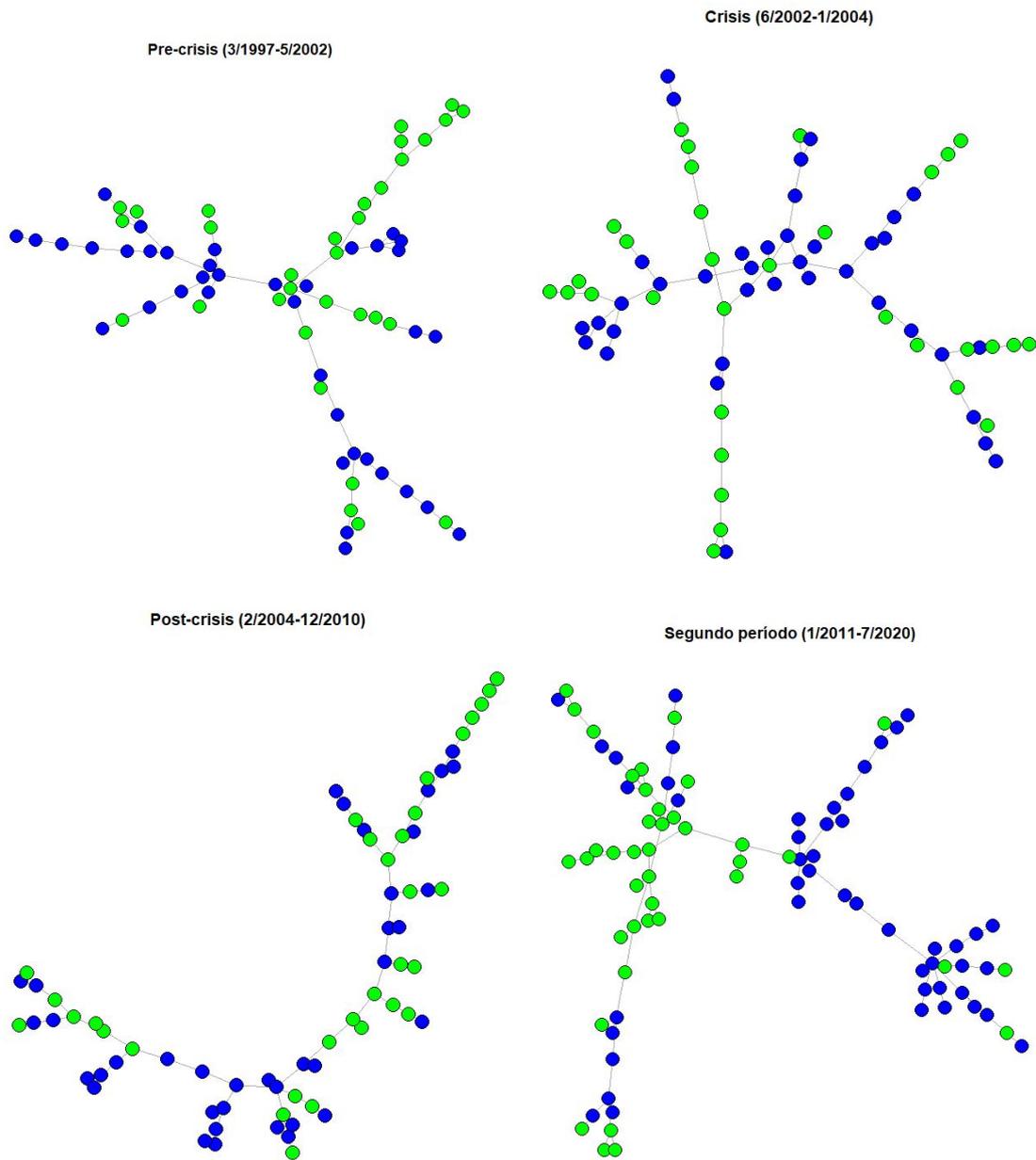


Figura 12: Árboles de expansión mínima para los períodos de estudio coloreados según la transabilidad de los nodos, donde el azul representa a los transables y el verde a los no transables

anterior, donde se constató que la probabilidad de formación de enlaces a la interna de los grupos transables y no transables era siempre mayor a la formación en el caso de que fuesen uno de cada uno (β_1 y β_2 mayor que 0 casi todo el período).

Las Tablas 3 y 4 resumen los principales 3 nodos con mayor centralidad de acuerdo con los criterios establecidos. Puede verse que el grupo de los tres nodos principales varía en los distintos períodos, lo que refuerza la idea del cambio en la estructura de los árboles. Asimismo, se observa que los criterios arrojan resultados similares, lo que hace que la elección de los nodos centrales sea robusta ya que no es tan sensible a la elección del criterio. Un resultado destacable para el período de crisis es que para ambos criterios los tres nodos con mayor centralidad son transables, lo que es consistente con el proceso devaluatorio vivido en esa época, además que al ver el árbol en ese período se observa que los nodos que se encuentran en la parte central suelen ser transables. Esto podría estar indicando la existencia de un efecto contagio, donde a partir del *shock* devaluatorio, las dinámicas de los precios transables se terminan difundiendo al resto de los nodos de la red. Esta particularidad no se mantiene para el resto de los períodos, donde se halla una composición mixta.

Período	1°	2°	3°
Pre-Crisis	Alquileres brutos	Muebles, accesorios fijos	Comidas fuera del hogar
Crisis	Panes y cereales	Artefactos y electrodomésticos	Aparatos de audio, video, TV
Post-Crisis	Aparatos de audio, video, TV	Servicios P/El Hogar Exc. Serv. Doméstico	Carnes y derivados
2011-2020	Vehículos a motor	Aceites y grasas	Suministro de agua

Tabla 3: Principales tres nodos con mayor grado por período

Período	1°	2°	3°
Pre-Crisis	Alquileres brutos	Muebles, accesorios fijos	Comidas fuera del hogar
Crisis	Panes y cereales	Bebidas alcohólicas	Cristalería, vajilla, utensilios
Post-Crisis	Aparatos de audio, video, TV	Servicios médicos mutuales y colect.	Artefactos y electrodomésticos
2011-2020	Aceites y grasas	Enseñanza preescolar o enseñanza primaria	Servicios de recreación y deportivos

Tabla 4: Principales tres nodos con mayor *betweenness* por período

Además de la categorización de transable y no transable, el trabajo de Garda et al. (2004) utiliza un mayor nivel de desagregación basado en las características económicas de los bienes. En base a esto, podemos ver si aquellos bienes que tienen mayor grado se explican por relaciones con bienes de la misma categoría.

Para el período de pre-crisis el nodo con mayor grado fue alquileres brutos, el cual estaría clasificado como un servicio no administrado, al igual que 6 de los 9 nodos con los cuales estuvo conectado. Respecto al período de crisis, el subrubro con mayor grado fue panes y cereales y se observa que 3 de los 5 nodos con los que se relacionó pertenecen al rubro alimentos y bebidas, al igual que panes y cereales. Cabe destacar que todos son bienes transables. Considerado el período post crisis, el nodo con mayor grado fue

aparatos de audio, video y tv que pertenece a la agregación de bienes manufacturados no energéticos utilizada en el trabajo de Garda et al. (2004). Se constata que 2 de los 5 nodos con los que estuvo conectado pertenecen a la misma agregación. Por último, para el período de 2011 en adelante el nodo con mayor grado fue vehículos a motor, que al igual que 6 de los 7 nodos con los que se relacionó pertenecen al grupo bienes manufacturados no energéticos. A su vez, para éste período todos sus vecinos son transables.

Por lo tanto, podría concluirse que los resultados hallados en términos de centralidad medida por el grado son consistentes con la literatura previa.

Por otra parte y en relación a lo mencionado anteriormente, la Figura 13 muestra los tres nodos con mayor *betweenness* coloreados en rojo. Tal como era esperable, los mismos se encuentran en el centro de la red y parecen estar haciendo de puente entre distintos grupos de nodos dentro de la red.

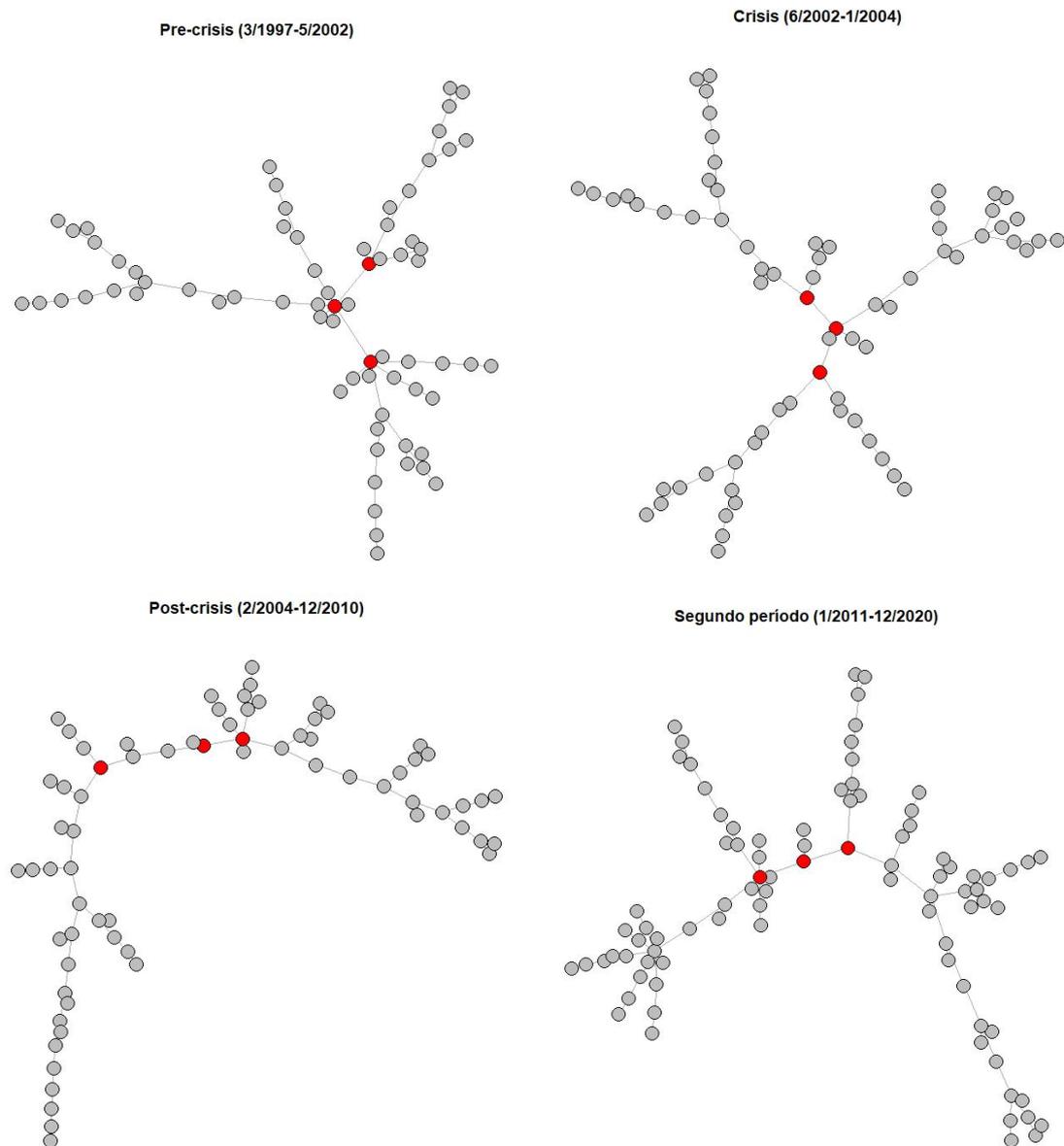


Figura 13: Árboles de expansión mínima para los períodos de estudio destacando los tres nodos con mayor betweenness

7. Conclusiones

El presente trabajo permitió abordar a la estructura de precios de la economía uruguaya desde un enfoque no tradicional, como lo son los sistemas complejos. Como resultado, se vieron características del sistema que serían difíciles de percibir si se buscaran mediante los métodos usuales desde los cuales se ha abordado la inflación en Uruguay.

En particular, se pudo comprobar que para el período de estudio el sistema se comporta sustancialmente distinto durante períodos de inestabilidad. Este resultado no es algo nuevo en la teoría económica (ver Blanchard (2014)) sino que debería ser considerado por parte de los hacedores de política y agentes económicos. Por lo tanto, quienes realizan modelos deben ser precavidos con estos cambios de fase que se pueden producir en el sistema, ya que un modelo puede operar de forma adecuada si el sistema mantiene su comportamiento, pero en caso de que se produzca un cambio de fase y la dinámica del sistema cambie rotundamente los modelos darán resultados erróneos (tal como ha sucedido en el pasado).

Es preciso recordar que un proceso inflacionario puede darse como un aumento del nivel general de precios sin cambios sustanciales en la estructura de precios relativos, o con cambios bruscos en estas relaciones. El segundo caso suele ser más nocivo para la economía ya que el aumento de precios no solo erosiona los saldos en moneda nacional, sino que también cambia la forma en la cual los agentes asignan sus recursos, ya que ante cambios en los precios relativos se generan incentivos a la relocalización de factores productivos y cambios en la estructura de consumo. Pudo observarse que durante los procesos de alta inflación aumentaba la densidad de la red, y por lo tanto la relación entre distintos precios. Este cambio en las relaciones puede ser visto como un cambio en la estructura de precios relativos de la economía, por lo que puede concluirse que durante la crisis de 2002 se produjo un proceso de inflación alta acompañada de cambios fuertes en los precios relativos.

Con respecto a la transabilidad, se constató que parecería ser un factor relevante para explicar los movimientos en los precios. Esto pudo verse en la formación de los árboles de expansión mínima, donde al colorear los nodos por dicha característica, se corroboró que la misma es importante para la formación de enlaces.

Asimismo, se comprobó que la evolutividad es un factor presente en el proceso inflacionario durante este período de estudio. Esto se vio a partir de las pruebas de cambio estructural, además de la visualización gráfica de AEM. A su vez, también se vieron cambios en la centralidad de los nodos, variando durante los períodos los nodos que integraban el grupo de mayor centralidad. Este resultado sustenta la hipótesis de que la inflación puede ser vista como un sistema complejo, ya que esta propiedad es una característica propia de los mismos.

Otra característica trascendental de este sistema es que tras recibir un *shock* no retorna al equilibrio inicial, no recuperando la estructura de la cual parte. Este aspecto se ve en el resultado de cambio estructural entre los períodos de pre-crisis y post-crisis, donde tras un evento que saca al sistema de la situación inicial el mismo no tiende a retornar al punto de partida.

Los resultados anteriores permiten concluir que la estructura de precios de la economía uruguaya es sumamente volátil, e incluso llegar a cuestionarnos si existe una estructura subyacente.

Si bien el trabajo parte de la base de que la inflación puede ser vista como un sistema complejo, a lo largo del trabajo se recolectaron pruebas suficientes para asegurar que esto es plausible. Como se pudo comprobar, la dinámica, evolutividad y falta de estructura subyacente son características presentes en el período de estudio, y estas, a su vez, son parte de lo que define a un sistema complejo. Asimismo, los cambios en la estructura de precios relativos hacen que sea difícil obtener una buena estimación de la inflación y más aún su predicción. Esto, sumado a los resultados obtenidos en este trabajo, dan sustento a la idea de que puede ser más conveniente abordar a la inflación desde la perspectiva de los sistemas complejos y no desde el enfoque tradicional basado en intentar hacer predicción puntual.

Los resultados de este trabajo y los desarrollos acerca de los cambios en los indicadores del sistema ante el acercamiento de un período de inestabilidad hace que sea plausible utilizar estos indicadores como señales de alerta para anticipar problemas inflacionarios en un futuro.

Sin embargo, es preciso remarcan algunas limitaciones del trabajo. El cambio de base en la mitad del período provoca que los datos no sean estrictamente comparables (al igual que tampoco son las redes y árboles que se construyen a partir de los mismos). Otra limitante es la utilización de la correlación lineal para la construcción de enlaces, dado que esta no permite captar relaciones no lineales entre las dinámicas de precios.

Por último, para futuros trabajos se podría utilizar otra métrica para construir los enlaces que permita captar otro tipo de relación por fuera de la lineal. A su vez, se podría estudiar la sensibilidad de los resultados ante cambios en el valor del umbral utilizado para filtrar las correlaciones (u). Por otra parte, se podría aprovechar la estructura dada por el árbol de expansión mínima y a partir de allí construir un árbol jerárquico para estudiar la estructura de comunidades en dicho árbol. Finalmente, se podría trabajar a nivel de bienes en vez de clases/sub-rubros, lo que permitiría obtener información a un nivel más micro.

8. Anexo

A. Sub-Rubros (1997-2010)

La categorización en transables/no transables se realizó revisando antecedentes previos para luego proceder a clasificar cada subrubro o clase de forma *ad-hoc* basándonos en criterios económicos.

Tabla 5: Sub-rubros de bienes y servicios que componen el IPC con base en diciembre de 1997

ID	Sub-rubro	Rubro	Transable
1	Panes y cereales	Alimentos y Bebidas	T
2	Carnes y derivados	Alimentos y Bebidas	T
3	Lácteos y huevos	Alimentos y Bebidas	T
4	Aceites y grasas	Alimentos y Bebidas	T
5	Verduras, legumbres y tubérculos	Alimentos y Bebidas	T
6	Frutas	Alimentos y Bebidas	T
7	Azucar, cafe, te, yerba, cacao	Alimentos y Bebidas	T
8	Otros alimentos	Alimentos y Bebidas	T
9	Bebidas no alcohólicas	Alimentos y Bebidas	T
10	Bebidas alcohólicas	Alimentos y Bebidas	T
11	Comidas semielaboradas	Alimentos y Bebidas	T
12	Comidas elaboradas	Alimentos y Bebidas	T
13	Comidas fuera del hogar	Alimentos y Bebidas	NT
14	Vestimenta exterior	Vestimenta y Calzado	T
15	Vestimenta interior	Vestimenta y Calzado	T
16	Vestimenta de bebe	Vestimenta y Calzado	T
17	Tela, hilados y servicios de confecc.	Vestimenta y Calzado	T
18	Calzado	Vestimenta y Calzado	T
19	Reparación de calzado	Vestimenta y Calzado	NT
20	Alquileres brutos	Vivienda	NT
21	Servicios y materiales p/reparación	Vivienda	NT
22	Gastos comunes e impuestos municip.	Vivienda	NT
23	Electricidad	Vivienda	NT
24	Gas	Vivienda	NT
25	Combustible	Vivienda	T
26	Agua corriente	Vivienda	NT
27	Muebles, accesorios fijos	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	T
28	Alfombras y revestimientos	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	T
29	Objetos de arte y decoración	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	T
30	Tejidos Para El Hogar Y Otros Acc.	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	T
31	Artefactos y electrodomésticos	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	T
32	Cristalería, vajilla, utensillos	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	T
33	Servicios P/El Hogar Exc.Serv.Domestico	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	NT
34	Servicio doméstico	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	NT
35	Reparaciones del hogar	Muebles, Enseres y Cuidados de la Casa	NT
36	Productos Medicinales Y Farmaceuticos	Cuidados Médicos y Conservación de la Salud	T
37	Aparatos Y Equipos Terapeuticos	Cuidados Médicos y Conservación de la Salud	T
38	Servicios médicos no mutuales	Cuidados Médicos y Conservación de la Salud	NT
39	Servicios médicos mutuales y colect.	Cuidados Médicos y Conservación de la Salud	NT

Sigue en la página siguiente.

ID	Sub-rubro	Rubro	Transable
40	Internaciones e intervenciones quir.	Cuidados Médicos y Conservación de la Salud	NT
41	Equipo De Transporte Personal	Transporte y Comunicaciones	T
42	Neumáticos, cámaras, piezas y repar.	Transporte y Comunicaciones	T
43	Combustibles y lubricantes	Transporte y Comunicaciones	T
44	Otros gastos de transporte	Transporte y Comunicaciones	NT
45	Transporte terrestre	Transporte y Comunicaciones	NT
46	Transporte aéreo	Transporte y Comunicaciones	T
47	Correo y encomiendas	Transporte y Comunicaciones	NT
48	Servicio telefónico	Transporte y Comunicaciones	NT
49	Aparatos de audio, video, TV	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	T
50	Piezas y acc., y rep. de artículos	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	T
51	Otros artíc. recreativos no duraderos	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	T
52	Entrada a espectáculos	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
53	Juegos de azar	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
54	Actividades recreativas	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
55	Otros gastos en esparcimiento	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
56	Diarios, revistas y otros impresos	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
57	Libros	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	T
58	Servicio de hoteles y alojamiento	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
59	Gastos en excursiones	Esparcimiento, Equipos Recreativos y Culturales	NT
60	Matric. Y Cuotas De Enseñanza Curric.	Enseñanza	NT
61	Idem Extracurricular	Enseñanza	NT
62	Libros Y Materiales De Enseñanza	Enseñanza	T
63	Servicios personales	Otros Gastos de Consumo	NT
64	Artículos para cuidado personal	Otros Gastos de Consumo	T
65	Otros efectos personales	Otros Gastos de Consumo	T
66	Tabaco	Otros Gastos de Consumo	T
67	Servicios profesionales	Otros Gastos de Consumo	NT
68	Servicios fúnebres	Otros Gastos de Consumo	NT
69	Servicios financieros	Otros Gastos de Consumo	NT
70	Otros servicios	Otros Gastos de Consumo	NT

B. Clases (2010-2020)

Tabla 6: Clases de bienes y servicios que componen el IPC con base en diciembre de 2010

ID	Clase	División	Transable
1	Pan y cereales	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
2	Carne	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
3	Pescado	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T

Sigue en la página siguiente.

ID	Clase	División	Transable
4	Leche, queso y huevos	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
5	Aceites y grasas	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
6	Frutas	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
7	Legumbres y Hortalizas	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
8	Azúcar, mermelada, miel, chocolate y dulces de azúcar	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
9	Productos alimenticios n.e.p.	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
10	Café, te y cacao	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
11	Aguas minerales, refrescos, jugos de frutas y de legumbres	Alimentos y Bebidas No Alcohólicas	T
12	Bebidas destiladas	Bebidas Alcohólicas, Tabaco y Estupefacientes	T
13	Vino	Bebidas Alcohólicas, Tabaco y Estupefacientes	T
14	Cerveza	Bebidas Alcohólicas, Tabaco y Estupefacientes	T
15	Tabaco	Bebidas Alcohólicas, Tabaco y Estupefacientes	T
16	Prendas de vestir	Prendas de Vestir y Calzados	T
17	Limpieza, reparación y alquiler de prendas de vestir	Prendas de Vestir y Calzados	NT
18	Zapatos y otros calzados	Prendas de Vestir y Calzados	T
19	Reparación y alquiler de calzado	Prendas de Vestir y Calzados	NT
20	Alquileres efectivos pagados por los inquilinos	Vivienda	NT
21	Materiales para la conservación y la reparación de la vivienda	Vivienda	T
22	Servicios para la conservación y la reparación de la vivienda	Vivienda	NT
23	Suministro de agua	Vivienda	NT
24	Recogida de basuras	Vivienda	NT
25	Alcantarillado	Vivienda	NT
26	Otros servicios relacionados con la vivienda n.e.p.	Vivienda	NT
27	Electricidad	Vivienda	NT
28	Gas	Vivienda	NT
29	Combustibles sólidos	Vivienda	T
30	Muebles y accesorios	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
31	Productos textiles para el hogar	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
32	Artefactos para el hogar grandes, eléctricos o no	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
33	Reparación de artefactos para el hogar	Muebles y Artículos Para el Hogar	NT
34	Artículos de vidrio y cristal, vajilla y utensilios para el hogar	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
35	Herramientas y equipo grandes	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
36	Herramientas pequeñas y accesorios diversos	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
37	Bienes para el hogar no duraderos	Muebles y Artículos Para el Hogar	T
38	Servicios domésticos y para el hogar	Muebles y Artículos Para el Hogar	NT
39	Productos farmacéuticos	Salud	T
40	Artefactos y equipo terapéuticos	Salud	T
41	Servicios médicos	Salud	NT
42	Servicios dentales	Salud	NT
43	Servicios paramédicos	Salud	NT
44	Servicios de hospital	Salud	NT

Sigue en la página siguiente.

ID	Clase	División	Transable
45	Servicios médicos mutuales y colectivos	Salud	NT
46	Vehículos a motor	Transporte	T
47	Motocicletas	Transporte	T
48	Bicicletas	Transporte	T
49	Piezas de repuesto y accesorios para equipo de transporte personal	Transporte	T
50	Combustibles y lubricantes para equipo de transporte personal	Transporte	T
51	Conservación y reparación de equipo de transporte personal	Transporte	NT
52	Otros servicios relativos al equipo de transporte personal	Transporte	NT
53	Transporte de pasajeros por carretera	Transporte	NT
54	Transporte de pasajeros por aire	Transporte	T
55	Transporte de pasajeros por mar y cursos de agua interiores	Transporte	T
56	Transporte combinado de pasajeros	Transporte	NT
57	Otros servicios de transporte adquiridos	Transporte	NT
58	Servicios postales	Comunicaciones	NT
59	Equipo telefónico y de facsímile	Comunicaciones	T
60	Servicios telefónicos y de facsímile	Comunicaciones	T
61	Equipo para la recepción, grabación y reproducción de sonidos e imágenes	Recreación y Cultura	T
62	Equipo fotográfico, cinematográfico e instrumentos ópticos	Recreación y Cultura	T
63	Equipo de procesamiento e información	Recreación y Cultura	T
64	Medios para grabación	Recreación y Cultura	T
65	Juegos, juguetes y aficiones	Recreación y Cultura	T
66	Jardines, plantas y flores	Recreación y Cultura	NT
67	Animales domésticos y productos conexos	Recreación y Cultura	T
68	Servicios de veterinaria y de otro tipo para animales domésticos	Recreación y Cultura	NT
69	Servicios de recreación y deportivos	Recreación y Cultura	NT
70	Servicios culturales	Recreación y Cultura	NT
71	Juegos de azar	Recreación y Cultura	NT
72	Libros	Recreación y Cultura	T
73	Diarios y periódicos	Recreación y Cultura	NT
74	Papel y útiles de oficina y materiales de dibujo	Recreación y Cultura	T
75	Paquetes turísticos	Recreación y Cultura	T
76	Enseñanza preescolar o enseñanza primaria	Educación	NT
77	Enseñanza secundaria	Educación	NT
78	Enseñanza terciaria	Educación	NT
79	Enseñanza no atribuible a ningún nivel	Educación	NT
80	Restaurantes, cafés y establecimientos similares	Restaurantes y Hoteles	NT
81	Comedores	Restaurantes y Hoteles	NT
82	Servicios de alojamiento	Restaurantes y Hoteles	NT
83	Salones de peluquería y establecimientos de cuidados personales	Bienes y Servicios Diversos	NT
84	Otros aparatos, artículos y productos para la atención personal	Bienes y Servicios Diversos	T
85	Otros efectos personales	Bienes y Servicios Diversos	T
86	Seguro relacionado con la vivienda	Bienes y Servicios Diversos	NT
87	Seguro relacionado con el transporte	Bienes y Servicios Diversos	NT

Sigue en la página siguiente.

ID	Clase	División	Transable
88	Otros servicios n.e.p.	Bienes y Servicios Diversos	NT

C. Estimación del umbral u

Para comprender este procedimiento recomendamos al lector leer Álvarez et al. (2020), ya que esta sección se extrajo de allí. Para la estimación del umbral u se procedió a simular las distintas redes para los 8 años de estudio en el rango de valores $[0.1; 0.55]$ de este parámetro. Para valores mayores a 0.55, la red quedaba con muchos nodos aislados. Se calculó un conjunto de indicadores y se procedió a seleccionar el valor del umbral buscando que éste cumpliera con dos propiedades:

1. Que fuera un punto de inflexión en alguna de los indicadores de interés
2. Que este valor no presentara situaciones atípicas o extrañas en los demás indicadores

Con estos fines, se evaluó un conjunto de indicadores para las 8 redes obtenidas, y luego se procedió a sintetizar esa información calculando el promedio de dichos indicadores en los 8 años para cada valor del umbral. En particular, se puede ver que el valor de $u = 0.36$ parecería ser un punto de inflexión con respecto a la cantidad de comunidades que se halla en promedio para cada año (ver Figura 14) lo que indicaría que de presionarse el valor del umbral más hacia arriba el número de comunidades obtenidas empezaría a tener un comportamiento errático dificultando el análisis que se busca realizar.

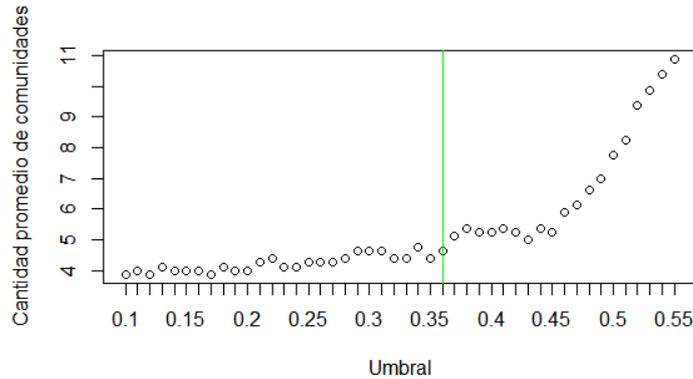


Figura 14: Cantidad de comunidades promedio para distintos valores de u

A su vez, se puede apreciar en la Figura 15 que el valor seleccionado no parece presentar problemas en los indicadores evaluados. Para el caso de la densidad de la red y la modularidad se ve un crecimiento monótono y sin perturbaciones a medida que se aumenta el valor del umbral, lo mismo pero en sentido contrario sucede con la distancia promedio; por lo que podría concluirse que el valor 0.36 no parece presentar problemas con respecto a estos indicadores. Por último, se puede ver en la esquina inferior de la Figura 15 la proporción de años que las redes fueron “mundo pequeño” (m.p), observándose que los resultados parecen ser relativamente estables para el rango de valores simulados.

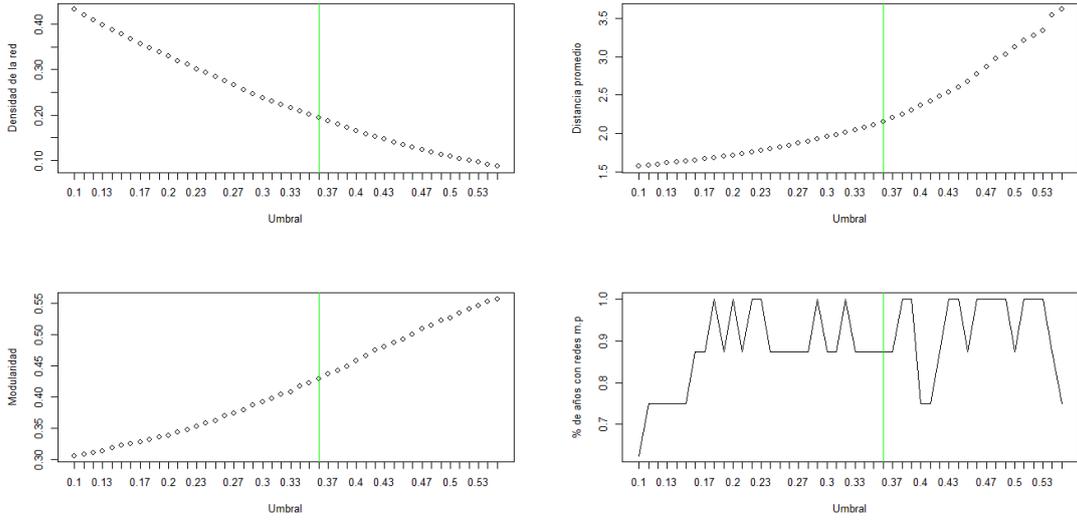


Figura 15: Evolución promedio de diferentes indicadores para distintos valores de u

D. Interpretación Modularidad

La fórmula de la modularidad permite distinguir qué tanto difieren la cantidad de enlaces que se dan dentro de las comunidades con respecto a la cantidad esperada si las comunidades fueran independientes a la formación de los enlaces. Valores próximos a 1 implicarán que las comunidades afectan positivamente a la cantidad de enlaces, mientras que valores cercanos a -1 implicarán que la cantidad de enlaces dentro de las comunidades serán menores a los que se hubieran dado si estas hubieran sido elegidas al azar, por lo cual implicaría que la estructura de comunidades hallada es deficiente.

La modularidad es, en realidad, el cociente entre la cantidad de enlaces que se dan dentro de las comunidades menos la cantidad esperada bajo independencia dividido el total de enlaces en la red:

$$Q = \frac{\text{Observado} - \text{Esperado}}{\text{Cantidad de enlaces}}$$

La demostración de que la fórmula 13 representa esto se muestra a continuación. La misma será realizada para redes no dirigidas y no ponderadas, aunque el concepto puede ser extendido con facilidad a redes ponderadas.

Demostración. Este procedimiento surge de lo expuesto en (Newman, 2010). Sea G un grafo no ponderado y dirigido donde $|V| = N$. Recordemos que si G es no dirigido y no ponderado se cumple que $A_{i,j} = 1 \Leftrightarrow \{i, j\} \in E$ y $A_{i,j} = 0$ en caso contrario. Sea $C = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$ una partición del conjunto de nodos donde se cumple:

- $c_i \cap c_j = \emptyset$
- $\cup_i c_i = V$

La cantidad de enlaces que se dan entre nodos dentro de una misma comunidad es igual a:

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j A_{i,j} \delta(c_i, c_j)$$

Luego, dado un nodo i con grado k_i y un nodo j con grado k_j la probabilidad de que haya un enlace entre ellos suponiendo que estos no dependen de la estructura de comunidades es:

$$P(\{i, j\} \in E) = \frac{k_i k_j}{2m}$$

Donde m es igual a la cantidad de enlaces dentro de la red ($m = |E|$). Por lo tanto, la cantidad esperada de enlaces que se forman dentro de las comunidades bajo el supuesto de independencia es de:

$$\frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{k_i k_j}{2m} \delta(c_i, c_j)$$

Que no es más que la cantidad posible de aristas que podrían haber dentro de las comunidades ($\sum_i \sum_j \delta(C_i, C_j)$) por la probabilidad de que tales enlaces existan ($P(\{i, j\} \in E) = \frac{k_i k_j}{2m}$).

Finalmente, como ya se ha mencionado, m es la cantidad de enlaces que hay en toda la red, por lo tanto se tiene que:

$$Q = \frac{\text{Obs} - \text{Esp}}{m} = \frac{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j A_{i,j} \delta(C_i, C_j) - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j \frac{k_i k_j}{2m} \delta(c_i, c_j)}{m} = \frac{1}{2m} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[A_{i,j} - \frac{k_i k_j}{2m} \right] \delta(c_i, c_j)$$

□

Referencias

- Álvarez, E., Brida, G., & Mones, P. (2020). Dinámica de la estructura de precios en Uruguay. Presentado en las XXXV Jornadas Académicas de Economía del Banco Central del Uruguay, Montevideo, agosto de 2020. Disponible en: / https://jornadasanualesdeeconomia.bcu.gub.uy/jade/PublicTempStorage/dinamica_comunidades3086653
- Arthur, W. B. (1999). Complexity and the economy. *Science*, 284(5411), 107–109.
- Blanchard, O. (2014). Where danger lurks. *Finance & Development*, 51(3), 28–31.
- Blondel, V. D., Guillaume, J.-L., Lambiotte, R., & Lefebvre, E. (2008). Fast unfolding of communities in large networks. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2008, P10008.
- Breusch, T. S. & Pagan, A. R. (1979). A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (pp. 1287–1294).
- Brum, C., Cuitiño, F., Mourelle, J., & Vicente, L. (2012). Modelos multivariados para predecir la inflación en uruguay. *Banco Central del Uruguay*. Disponible en: / <http://www.bvrie.gub.uy/local/File/JAE/2012/iees03j3221112.pdf>.
- Brum, C., Román, C., & Willebald, H. (2016). Un enfoque monetario de la inflación en el largo plazo. el caso de uruguay (1870-2010). *El trimestre económico*, 83(329), 61–98.
- Cancelo, J. R., Fernández, A., Grosskoff, R., Selves, R., & Villamonte, G. (1994). Precios de transables y no transables: Un enfoque arima-ia. *IX Jornadas de Economía del Banco Central del Uruguay, Montevideo, Uruguay*.
- Caraballo, M. A. & Dabús, C. (2008). The determinants of relative price variability: further evidence from argentina. *Cuadernos de economía*, 45(132), 235–255.
- Chow, G. C. (1960). Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (pp. 591–605).
- Csardi, G., Nepusz, T., et al. (2006). The igraph software package for complex network research. *InterJournal, complex systems*, 1695(5), 1–9.
- Cuitiño, F., Ganón, E., Tiscordio, I., Vicente, L., et al. (2010). Modelos univariados de series de tiempo para predecir la inflación de corto plazo. *XXV Jornadas de Economía del Banco Central del Uruguay*. Disponible en: / <https://www.bcu.gub.uy/Comunicaciones/Jornadas%20de%20Economia/iees03j3101010.pdf>.
- Edmonds, B. (2017). Different modelling purposes. In *Simulating social complexity* (pp. 39–58). Springer.
- Farmer, J. D. et al. (2012). Economics needs to treat the economy as a complex system. In *Paper for the INET Conference Rethinking Economics and Politics*, volume 14.
- Gagliardi, E. (2003). *Macroeconomía de economías pequeñas y abiertas*. Technical report.
- Gao, X., An, H., & Zhong, W. (2013). Features of the correlation structure of price indices. *PLoS one*, 8(4), 1–9.

- Garda, P., Lanzilotta, B., & Lorenzo, F. (2004). Descripción y evaluación de un esquema metodológico para el diagnóstico y predicción de la inflación en Uruguay. *XIX Jornadas de Economía del Banco Central del Uruguay*. Disponible en: / <https://www.bcu.gub.uy/Comunicaciones/Jornadas%20de%20Economa/iees03j3440804.pdf>.
- Garda, P., Lanzilotta, B., & Mantero, R. (2006). Agregados monetarios e inflación en Uruguay: ¿una relación no lineal? *Trabajos Presentados en las XXI Jornadas Anuales de Economía, Banco Central de Uruguay*.
- Heymann, D., Leijonhufvud, A., et al. (1995). High Inflation: The Arne Ryde Memorial Lectures. *OUP Catalogue*.
- INE (1997). *Nota metodológica: Índice de los Precios del Consumo Base Marzo 1997*. Technical report.
- INE (2010). *Nota metodológica: Cambio de base diciembre 2010*. Technical report.
- Kruskal, J. B. (1956). On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical Society*, 7(1), 48–50.
- Licandro, J. A. (2000). *The scope for inflation targeting in Uruguay*. Technical report, mimeo, Banco Central del Uruguay.
- Mankiw, N. G. (2003). *Macroeconomics*.
- Mantegna, R. N. (1999). Hierarchical structure in financial markets. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 11(1), 193–197.
- Newman, M. (2010). *Networks: an introduction*. Oxford University Press.
- Newman, M. E. (2004). Fast algorithm for detecting community structure in networks. *Physical review E*, 69(6), 066133.
- Noyola Vázquez, J. (1956). El desarrollo económico y la inflación en México y otros países latinoamericanos. *Investigación económica*, 16(4), 603–648.
- Olivera, J. H. (1960). La teoría no monetaria de la inflación. *El trimestre económico*, 27(108 (4)), 616–628.
- Pigou, A. C. (1917). The value of money. *The Quarterly Journal of Economics*, 32(1), 38–65.
- Ripley, B., Venables, B., Bates, D. M., Hornik, K., Gebhardt, A., Firth, D., & Ripley, M. B. (2013). Package “mass”. *Cran R*, 538.
- Samuelson, P. A. (1964). Theoretical notes on trade problems. *The review of economics and statistics*, 46(2), 145–154.
- Sarantitis, G. A., Papadimitriou, T., & Gogas, P. (2018). A network analysis of the United Kingdom’s consumer price index. *Computational Economics*, 51(2), 173–193.
- Sari, N. R., Mahmudy, W. F., & Wibawa, A. P. (2016). Backpropagation on neural network method for inflation rate forecasting in Indonesia. *Int. J. Soft Comput. Its Appl.*
- Team, R. C. et al. (2013). R: A language and environment for statistical computing.

- Toyoda, T. (1974). Use of the chow test under heteroscedasticity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, (pp. 601–608).
- Trapletti, A., Hornik, K., LeBaron, B., & Hornik, M. K. (2019). Package “tseries”. *version 0.10-47*. <https://cran.r-project.org/web/packages/tseries/tseries.pdf>. Accessed, (pp. 08–30).
- Wickham, H. (2016). *ggplot2: elegant graphics for data analysis*. springer.
- Wickham, H. et al. (2017). Tidyverse: Easily install and load the “tidyverse”. *R package version*, 1(1), 2017.
- Yukalov, V. I. & Sornette, D. (2014). Self-organization in complex systems as decision making. *Advances in Complex Systems*, 17(03n04), 1450016.
- Zacheo, L., Güenaga, M., et al. (2019). *Traspaso de tipo de cambio a precios y relación con la credibilidad de la política monetaria*. Technical report.