

Calibración de modelos de interacción espacial para la modelización de la cantidad de viajes en Montevideo.

Resumen

El objetivo general del proyecto es construir modelos de interacción espacial para la modelización de los viajes entre zonas en la ciudad de Montevideo. Las predicciones de los modelos permitirán evaluar el impacto como respuesta a cambios en las características de una región. Los modelos serán construidos en base a los datos de la Encuesta de Movilidad del Área Metropolitana de Montevideo.

Los modelos de interacción espacial son una generalización de los modelos gravitacionales. Estos modelos asumen independencia entre los flujos existentes entre regiones. Este supuesto no considera la interacción que puede existir entre regiones cercanas a las que generan o atraen viajes. Recientemente, desde la perspectiva de la econometría espacial, se plantea una extensión del modelo gravitacional, incorporando términos que permiten modelizar la correlación espacial entre las regiones de la matriz de origen - destino.

Actualmente para la ciudad de Montevideo y su Área Metropolitana no existe un modelo que explique y prediga la movilidad diaria de viajes entre zonas de la ciudad. Este tipo de modelos representa una herramienta fundamental para la planificación estratégica del transporte, y son a su vez insumos para la generación de matrices origen-destino, elemento central en los modelos de transporte (por ejemplo, el modelo clásico de cuatro etapas). Por lo tanto, mediante el estudio propuesto se pretende calibrar modelos de interacción espacial para los diferentes tipos de viaje que logren describir adecuadamente los flujos de transporte en la ciudad, así como sus variables determinantes, y provea de herramientas para el análisis de políticas de transporte y ordenamiento territorial.

b) Presentación y antecedentes de la temática de investigación y fundamentación de su importancia.

Los modelos de transporte representan una herramienta de análisis y predicción de los flujos de transporte en una ciudad, constituyendo un insumo fundamental para la toma de decisiones en la planificación del transporte en diversas ciudades del mundo. En particular, se suelen usar este tipo de modelos para analizar los impactos que tienen las intervenciones en los sistemas de transporte, principalmente en la infraestructura, pero también a partir de modificaciones en las políticas regulatorias, así como para analizar cambios en la demanda.

El objetivo principal del proyecto será construir modelos para la predicción de viajes en la ciudad, en un sistema de regiones delimitadas. Los modelos permitirán identificar las variables que son determinantes a la hora de explicar la movilidad urbana diaria en Montevideo. Las predicciones sobre los escenarios simulados a partir de cambios en las variables explicativas (aumento de la oferta de empleo, apertura de un centro comercial, creación de un polo logístico, cambios en los costos de viaje asociados a tiempo y distancia, etc.) ofrecerán una aproximación del impacto esperado sobre la cantidad de viajes entre regiones de la ciudad. Los tipos de viaje a analizar serán por motivo laboral, estudio y otros viajes¹.

¹ Dentro de la categoría “otros viajes” se consideran los viajes por trámites, compras, asistencia médica, culto, ocio y los intermedios para dejar o recoger a alguien. El tamaño de muestra no permite especificar un modelo para cada una de estas categorías, por lo que se consideran en una sola. Si bien los motivos pueden ser heterogéneos, también es de interés contar con una variable de respuesta que presente una mayor variabilidad en el espacio, de forma que se tenga un ejemplo distinto para la evaluación de la performance de los modelos.

Hasta el momento a nivel nacional no se ha realizado este tipo de análisis en el área de transporte, por lo que se considera que la generación de conocimiento lograda a partir de la ejecución del proyecto será un aporte para la planificación de políticas públicas, evidenciando las variables determinantes de la movilidad diaria en la ciudad. Con el desarrollo de los modelos, los planificadores contarán con una herramienta con la cual se podrá realizar un análisis de los impactos de las variables determinantes sobre la movilidad diaria entre las zonas de la ciudad.

En Montevideo, en el segundo semestre del 2016 se realizó la Encuesta de Movilidad del Área Metropolitana de Montevideo. En el desarrollo de la encuesta participaron varias instituciones: CAF Banco de Desarrollo de América Latina, el PNUD, las Intendencias de Montevideo, Canelones y San José, el Ministerio de Transporte y Obras Públicas y la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, por medio del Instituto de Estadística, el que estuvo a cargo del diseño de la muestra y de las tareas de relevamiento. Se relevaron un total de 2230 hogares, de los cuales 1145 corresponden al departamento de Montevideo, 942 a Canelones y 143 al de San José. Se relevaron todos los viajes realizados entre las 4 am del día anterior y las 4 am del día de la entrevista, estableciendo el motivo del viaje, hora y lugar de salida y llegada, modalidad del viaje (ómnibus, vehículo particular, taxi, etc.). Es así que una vez finalizado el proyecto un grupo de investigadores del Instituto de Estadística aborda el tema de los modelos de interacción espacial con el fin de aplicarlos a las matrices de origen - destino obtenidas en la encuesta.

En otros países las encuestas de movilidad se realizan en forma periódica, y constituyen un insumo fundamental para la toma de decisiones y la planificación en transporte (por ejemplo, la *National Travel Survey* en el Reino Unido). En Montevideo no existe un plan para la realización de encuestas de movilidad en el largo plazo. Si bien la idea de realizar encuestas periódicas puede ser ambiciosa, es una discusión que debería tenerse en cuenta en la agenda de planificación del transporte. En este sentido, la investigación que surja a partir de las encuestas de movilidad puede ser un aporte a la hora de tomar este tipo de decisiones. Con el desarrollo del proyecto se pretende contribuir a esta discusión, como parte de la producción académica relacionada con las encuestas de movilidad. El desarrollo de estudios de transporte a nivel nacional es incipiente y de esta forma, el estudio pretende generar una línea de investigación en la agenda local, y así ayudar a consolidar un espacio o grupo de investigación en temas de transporte.

El modelo clásico de transporte, conocido como el modelo de cuatro etapas, ha mantenido su estructura vigente desde la década de los sesenta cuando fue inicialmente desarrollado, siendo actualmente uno de los modelos más populares y representando una de las técnicas más importantes para la modelización del transporte (Ortuzar y Willumsen, 2001). La estructura general del modelo se basa en cuatro grandes etapas que representan la decisión de las personas al trasladarse de un lugar a otro (por ejemplo, zonas dentro de una ciudad): generación (número de viajes producido y atraídos por las zonas), distribución (desde dónde y hacia dónde se dirigen los viajes), elección de modo (partición modal de los viajes por ejemplo entre vehículos privados y ómnibus) y asignación (elección de la ruta de viaje).

Es en la etapa de distribución entonces donde se espera que este estudio realice un aporte a través de la calibración de modelos de interacción espacial. El objetivo de este tipo de modelos es explicar los flujos de entidades tangibles (migración de poblaciones, viajes diarios de personas en una ciudad) o intangibles (movimientos en la bolsa de valores) en un conjunto de regiones delimitadas. La variable de respuesta la constituyen los flujos, que serán explicados por características de la región de origen (variables que expliquen la generación de viajes), de la región de destino (variables que expliquen la atracción de la región como destino) y por lo que en la literatura se denomina función de “impedancia” o “disuasión”, que representa el costo asociado a trasladarse de un lugar a otro, no solo vinculado al costo monetario, sino también al tiempo, la distancia, la calidad del viaje, entre otros. La función de impedancia más sencilla podría ser directamente la distancia euclidiana o por la red de transporte entre origen y destino, pudiendo considerarse también el costo económico, los tiempos de viaje, y cualquier otro tipo de barrera que impida o dificulte los viajes entre regiones.

Los modelos inicialmente propuestos son los conocidos como gravitacionales. Estos modelos se basan en la ley de la gravitación de Newton, la cual sostiene que la fuerza relativa entre dos objetos es directamente proporcional a sus masas e inversamente proporcional a la distancia entre ellos. Llevado esto a la distribución de viajes implica que los flujos entre los pares origen - destino son directamente proporcionales a la cantidad de viajes producidos (O_i) y atraídos (D_j) por las zonas, e inversamente proporcionales al costo de moverse entre las dos zonas (ej. distancia, tiempo de viaje, costo generalizado).

De este modo, en su forma general, el modelo gravitacional para estimar el número de viajes entre zonas delimitadas se representa de la siguiente manera: $T_{ij} = A_i O_i B_j D_j f(c_{ij})$, siendo T_{ij} la cantidad de viajes entre la zona i y la zona j , A_i y B_j factores de balance, y $f(c_{ij})$, la función de impedancia o disuasión que refleja el costo del traslado entre las dos zonas (Wilson, 1967, Ortuzar and Willumsen, 2001). Los factores de balance A_i y B_j se ajustan iterativamente y sirven para incorporar restricciones al modelo, de forma que las matrices de origen – destino estimadas ajusten a los totales de la etapa de generación y atracción de viajes.

Dada la forma multiplicativa del modelo, el primer enfoque para su estimación es aplicar el logaritmo de forma que la especificación sea lineal. Se asume además que los errores del modelo se distribuyen Normal, con media cero y varianza constante (Anderson 1979, Sen y Smith 1995). Esta especificación del modelo es la más sencilla para la modelización de modelos gravitacionales. Sin embargo, en la gran mayoría de las aplicaciones los flujos de origen - destino no siguen una distribución Normal y presentan heteroscedasticidad, y cuando hay celdas vacías en la matriz no pueden ser estimados (Burger, van Oort y Linders 2009, Flowerder y Aitkin 1982). El modelo log – normal no considera restricciones, por lo que las predicciones del modelo no tienen por qué reproducir los totales estimados en la etapa de generación y atracción de viajes.

Surgen así los modelos gravitacionales con una especificación Poisson (Flowerdew y Aitkin 1982, Santos Silva y Tenreyro 2006). Esta distribución de probabilidad es más adecuada que la Normal para la modelización de variables de conteo (*counts*) y admite ceros como posibles valores en la variable de respuesta. Los modelos tipo Poisson se estiman por máxima verosimilitud. Incorporando variables dicotómicas asociadas a las filas y columnas de la matriz y ajustando por un factor de balance (Griffith y Fischer 2016, Tiefelsdorf y Boots 1995, Ledent 1985) se logra que las predicciones del modelo reproduzcan el total de viajes en origen y/o en destino, cumpliendo con las restricciones impuestas al modelo.

En la distribución de Poisson la varianza es igual a la media, por lo que puede suceder que si los flujos presentan sobredispersión el ajuste del modelo no sea el adecuado. Surgen así especificaciones con la distribución Binomial Negativa (Lambert, 1992, Greene 1994), cuya varianza es mayor que la de la distribución Poisson.

Las distribuciones anteriores son propuestas para una mejor modelización de la variable de respuesta. Si los flujos de origen – destino presentan autocorrelación espacial las estimaciones obtenidas con los modelos anteriores serían sesgadas (LeSage y Pace 2009). Para resolver este problema existen dos enfoques: el basado en filtros espaciales (Griffith 2003) y los que incorporan rezagos endógenos como variables dependientes en el modelo (Sellner, Fischer y Kosch 2013, Lambert, Brown y Florax, 2010). El primero consiste en incorporar variables al modelo que captan tendencias o patrones espaciales en la superficie. De esta forma se logra que los errores del modelo cumplan con los supuestos necesarios (Normales, con media cero, varianza constante e independientes) para obtener estimaciones insesgadas de los parámetros de interés, de allí el término “filtrado”, similar al utilizado en series de tiempo. El segundo enfoque incorpora al modelo rezagos espaciales de la variable de respuesta. La especificación del modelo

es tipo SAR (*Spatial Autorregresive*), en el contexto de variables de conteo, en particular de la distribución Poisson.

A nivel nacional, además del trabajo de Riaño, Martínez y Zoppolo (2017), no surge del análisis de la literatura un antecedente directo en el que se haya trabajado con modelos de interacción espacial para el análisis de la movilidad urbana. Quizás uno de los elementos principales sea la falta de información acerca de la movilidad en la ciudad que permita el desarrollo de este tipo de modelos.

Riaño, Martínez y Zoppolo (2017) realizan una primera aplicación de los modelos con los datos de la Encuesta de Movilidad del Área Metropolitana de Montevideo, trabajando con los viajes laborales y tomando como regiones los Municipios. Las variables explicativas incorporadas fueron la cantidad de empresas de los sectores industrial, financiero y comercio, el ingreso promedio de los hogares y la cantidad de ocupados. Se realizó una primera estimación de un modelo de origen – destino, utilizando un modelo sin restricciones, con especificación log- normal. Se estimó el modelo gravitacional puro (sin considerar la autocorrelación espacial) y el modelo de interacción espacial con rezagos endógenos (LeSage y Pace 2008). Los resultados muestran que existe correlación espacial en destino: los municipios que atraen viajes por trabajo hacen que también haya viajes por trabajo hacia los municipios vecinos.

Los resultados obtenidos fueron presentados en las Jornadas Académicas de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, y se publicó un documento de trabajo en donde se actualizan los resultados luego de incorporar al departamento de Canelones a la matriz de origen – destino.

La experiencia de esta primera aplicación expuso varias líneas a seguir en cuanto al futuro de la investigación. Entre ellas destacan:

- La especificación del modelo.
- La incorporación de restricciones.
- La unidad geográfica de análisis a utilizar.
- El tratamiento de las celdas vacías de la matriz de origen – destino.

La primera consiste en pasar del contexto del modelo log – normal al de un modelo de conteo, como puede ser el proporcionado por una distribución Poisson. La segunda surge a partir de las predicciones del modelo, en donde se observa la necesidad de incorporar restricciones, para poder reproducir los totales de la etapa de generación y atracción de viajes. La tercera es la selección de la unidad geográfica de análisis, los municipios son áreas muy grandes y pueden no capturar algún tipo de fenómeno que podría ser observable a una escala menor. La cuarta, asociada a la anterior, es el tratamiento de las celdas vacías en la matriz de origen – destino. Trabajar con una unidad geográfica menor implica tener una mayor cantidad de ceros en la matriz, lo que es un problema para la estimación del modelo.

Con este proyecto se pretende construir un modelo definitivo, explorando las líneas mencionadas anteriormente, con una especificación para un modelo de conteo, que incorpore las restricciones y la autocorrelación espacial. Se analizará la sensibilidad de los resultados a la selección de la unidad geográfica de análisis, construyendo un modelo a partir de los CCZ, que luego será comparado con los obtenidos para Municipios.

c) Descripción del problema de investigación.

El problema de investigación es analizar el impacto que tienen los cambios en características de determinadas zonas de Montevideo sobre la cantidad de viajes realizados en la ciudad. Tener una medida del aumento o disminución de viajes como respuesta a un escenario simulado (por ejemplo aumento de empresas industriales en un Municipio del departamento) debería ser determinante para la planificación

territorial y las políticas de transporte. El impacto sobre la cantidad de viajes diarios que tendría que llevar adelante determinados proyectos de infraestructura debería ser un factor decisivo para la concreción de los mismos.

En este trabajo el objetivo es crear una herramienta, utilizando la información recolectada en la Encuesta de Movilidad del Área Metropolitana de Montevideo, que permita predecir el impacto en la cantidad de viajes, a raíz de cambios en características de una región. Para ello se estimarán modelos de interacción espacial, cuyas predicciones proporcionarán las matrices de origen – destino producto del escenario a analizar.

En general las regiones coinciden con unidades administrativas. En el caso de Montevideo podrían tomarse los Municipios, los barrios o los Centros Comunales Zonales (CCZ). En la elección de las regiones existe un *trade off* entre el tamaño de la región y las celdas vacías de la matriz de origen – destino. Cuanto mayor es el tamaño de una región, menor es la posibilidad de que una celda quede vacía en la matriz: las encuestas de movilidad provienen de una muestra y, a medida que se desagrega la información en zonas más pequeñas, puede suceder que la cantidad de viajes de una región a otra sea cero. Por otra parte, al trabajar con regiones muy amplias, algunas correlaciones pueden perderse al interior de la región. Al utilizar unidades geográficas más chicas se pueden analizar cierto tipo de fenómenos que, posiblemente, no sean detectados con una unidad geográfica mayor. Se presenta así un problema para la estimabilidad del modelo, que puede verse como otro problema de investigación. Si bien el objetivo primordial del proyecto no es completar las celdas vacías de la matriz de origen – destino, es necesario implementar algún método para el tratamiento de las celdas vacías de la matriz. Los modelos truncados (Ranjan y Tobías 2007), el enfoque bayesiano (LeSage y Parent 2007) y los modelos aumentados en cero (Greene 1994, Burger, van Oort y Linders 2009) brindan un marco para la solución de este problema y son líneas que serán exploradas durante el proyecto.

d) Objetivos generales y específicos del proyecto

Objetivo General

El objetivo general del proyecto es construir modelos de interacción espacial para la modelización de los viajes entre zonas en la ciudad de Montevideo, que logre describir adecuadamente los flujos de transporte en la ciudad, así como sus variables determinantes, y provea de herramientas para el análisis de políticas de transporte y ordenamiento territorial.

Objetivos específicos

- 1) Desarrollar una metodología para la imputación de las celdas vacías de la matriz de origen - destino y su implementación en R.** Desarrollo de un método para la imputación de las celdas vacías de la matriz de origen - destino para el caso en el cual no pueden ser considerados como realización de una variable aleatoria.
- 2) Desarrollar de una librería en R para la estimación de los modelos.** La librería incluirá funciones para la selección de la distribución que mejor ajuste a la variable de respuesta, cálculos de índices de autocorrelación espacial, pruebas de sobredispersión, imputación de las celdas vacías, y el ajuste del modelo final. El usuario ingresando la matriz de origen – destino, las variables explicativas y especificando las restricciones que considere necesarias, obtendrá como resultado el modelo que mejor ajuste a sus datos.

- 3) **Estimar modelos tomando como unidad de análisis los Municipios y CCZ para viajes por trabajo, estudio y otros.**
- 4) **Analizar las variables determinantes de los viajes por trabajo, estudio y otros dentro de la ciudad.** Analizar el impacto que tienen las variables asociadas al entorno urbano y al sistema de transporte sobre los flujos de viajes entre zonas, además de caracterizar las variables económicas y sociodemográficas de las regiones de acuerdo al poder explicativo sobre los viajes por motivo laboral, estudio y otros.
- 5) **Analizar el efecto de la unidad geográfica de análisis en los resultados de los modelos.** Se compararán los resultados obtenidos entre Municipios y CCZ, enfatizando las diferencias de fenómenos detectados debido al uso de distintas unidades de análisis, y evaluando la performance de los modelos de acuerdo a algún criterio predefinido.
- 6) **Comparar los resultados con los obtenidos en los antecedentes.** Se compararán los resultados del modelo para viajes laborales con Municipios como unidad de análisis con el antecedente de Riaño, Martínez y Zoppolo (2017) en donde se ajusta un modelo con especificación log – normal sin restricciones.

e) Preguntas que busca responder el proyecto e hipótesis, si corresponde.

El tipo de preguntas a las que se pretende dar respuesta durante la ejecución del proyecto serían las siguientes:

¿Cuál es el impacto del aumento de la oferta laboral en una determinada región del Área Metropolitana de Montevideo en la cantidad de viajes diarios realizados?

¿Cómo repercute en la movilidad diaria el desarrollo de polos atractores de viajes laborales en la ciudad?

¿Cómo impacta el traslado de un Centro Universitario en la distribución de la cantidad de viajes por estudio entre zonas?

La hipótesis general de trabajo es que los cambios en infraestructura y en características sociodemográficas de las regiones de la ciudad impactan en la cantidad de viajes diarios realizados, modificando la matriz de origen – destino para los distintos tipos de viajes analizados.

f) Estrategia y metodología de investigación, así como actividades específicas.

1) Estrategia y metodología de investigación.

La construcción de los modelos de interacción espacial, a grandes rasgos, se desarrolla en cuatro etapas de trabajo. La primera consiste en la selección del modelo a utilizar, en donde se opta por una especificación en particular de acuerdo a la revisión de la literatura, y se eligen las variables explicativas del modelo. En una segunda etapa, se debe analizar la estructura de ceros en la matriz de origen – destino, definiendo los procedimientos para la imputación de las celdas vacías. En la tercera etapa se implementa el modelo en un paquete estadístico y en una última etapa se analizan los resultados del modelo, haciendo énfasis en las predicciones y en la visualización gráfica de los resultados.

Según el nivel de agregación de las regiones seleccionadas para trabajar, puede surgir el problema de estimabilidad de acuerdo a la cantidad de ceros de la matriz de origen – destino. Cuando se trabaja con

áreas geográficas pequeñas como unidades de análisis puede convertirse en un problema que debe resolverse previo a la estimación del modelo. Los métodos a utilizar para completar la matriz dependen de la cantidad y de la distribución (Greene, 1994; Martin y Pham 2015) de las celdas vacías de la matriz.

Se trabajará con los datos de la Encuesta de Movilidad del Área Metropolitana de Montevideo realizada en el año 2016. Se ajustarán dos modelos con distintas unidades de análisis: Municipios y Centros Comunes Zonales (CCZ). A continuación se presenta una descripción detallada de la metodología a utilizar de acuerdo a las etapas mencionadas previamente.

Etapas 1: Especificación del modelo y selección de variables explicativas.

a) Especificación del modelo

Riaño, Martínez y Zoppolo (2017), realizaron una primera estimación de un modelo de origen – destino, utilizando un modelo sin restricciones, con especificación log- normal, para los viajes con motivo laboral. Esta especificación es la más sencilla para la modelización de modelos gravitacionales, no siendo adecuada su aplicación en muchas situaciones prácticas.

Como se detalla en los antecedentes del proyecto, surgen así los modelos gravitacionales con una especificación Poisson (Flowerdew y Aitkin 1982, Santos Silva y Tenreyro 2006). Los modelos tipo Poisson se estiman por máxima verosimilitud y por ser una variable de conteo son más adecuados para la modelización de los flujos de la matriz. También puede utilizarse una especificación con la Binomial Negativa (Lambert, 1992, Greene 1994), resultando más adecuada cuando los datos presentan sobredispersión.

Por otro lado se debe considerar en el modelo el tratamiento de la autocorrelación espacial. Para resolver este problema existen dos enfoques: el basado en filtros espaciales (Griffith 2003) y los que incorporan rezagos endógenos como variables dependientes en el modelo (Sellner, Fischer y Kosch 2013, Lambert, Brown y Florax, 2010).

La elección del modelo con el cual trabajar dependerá de si los datos ajustan mejor a la distribución Poisson o a la Binomial Negativa. Para ello se realizarán pruebas de bondad de ajuste del tipo Chi – Cuadrado y Kolmogorov – Smirnov (Conover 1999), y de sobredispersión de la variable de respuesta (Cameron y Trivedi 2013). Para analizar la presencia de autocorrelación espacial se calculará una versión del Índice de Moran ponderada (Bavaud 2016). La especificación del modelo puede variar entre las distintas unidades de análisis (Municipios y CCZ).

La incorporación de la autocorrelación espacial bajo el enfoque de filtrado espacial puede realizarse con cualquiera de las dos distribuciones mencionadas anteriormente. En el caso del enfoque que incorpora rezagos espaciales de la variable dependiente se han demostrado resultados sólo con la distribución de Poisson. En un principio se trabajará entonces con el enfoque del filtrado espacial, quedando como línea futura de investigación el tratamiento de la autocorrelación bajo el enfoque de los modelos SAR para variables de conteo.

b) Elección de variables explicativas.

El objetivo es identificar aquellas variables que ayuden a explicar el flujo de viajes que se da entre las zonas siguiendo las recomendaciones de la literatura así como las particularidades del caso de estudio.

Se realizará una revisión de la información disponible a nivel nacional que pueda ser georreferenciada a las unidades seleccionadas para trabajar. El objetivo es identificar aquellas variables que ayuden a explicar el flujo de viajes que se da entre las zonas. Algunas de las bases de datos que serán consideradas principalmente serán el Registro Permanente de Actividad Económica y las bases de datos de clientes no

residenciales de OSE y/o UTE, a los efectos de considerar la concentración espacial de actividades económicas, las bases georreferenciadas del SIG de la Intendencia de Montevideo, y las de la Encuesta Continua de Hogares, para obtener información socioeconómica de las unidades espaciales. Se podrán considerar otras fuentes a medida que se avance en el desarrollo de los modelos.

Para la incorporación de variables explicativas se realizará una selección previa de la información recabada, de acuerdo a su posible relación con los viajes a analizar (trabajo, estudio, otros), para luego mediante un procedimiento *stepwise* (Miller 1990) elegir las variables explicativas a incluir en el modelo final.

Etapas 2: Imputación de las celdas vacías de la matriz de origen – destino.

Este problema puede resolverse como un problema de imputación propiamente dicho o con variantes en la especificación del modelo que incorporan a los ceros como posibles realizaciones de una distribución probabilística. La definición de la estrategia a seguir dependerá de la cantidad y la distribución de los ceros en la matriz de origen – destino.

Si la cantidad de ceros puede ser admitida como una realización de una variable aleatoria Poisson (o Binomial Negativa, si corresponde), puede estimarse el modelo sin realizar una imputación previa. Si la cantidad de ceros excede la admitida por las variables aleatorias anteriores, puede resolverse con un modelo “aumentado en cero” (Greene 1994, Burger, van Oort y Linders 2009) o se pueden imputar las celdas de la matriz para luego realizar la estimación del modelo.

Dentro de los métodos encontrados en la literatura para realizar la imputación de las celdas se encuentran métodos determinísticos, utilizados por los analistas en transporte para estimar las celdas de la matriz de origen – destino a partir de sus marginales, entre ellos el Método de Maximización de la Entropía (Wilson 1967, Wilson 1971, Anas 1983). Por otra parte, el enfoque bayesiano de los modelos de econometría espacial (LeSage y Pace 2009) brinda un marco conceptual adecuado para el tratamiento de los datos faltantes en general, por lo que constituye una de las líneas a explorar durante la ejecución del proyecto.

Mediante simulación Monte Carlo se evaluarán las alternativas propuestas por la literatura, y se elegirá el método que presente mejor performance bajo algún criterio predefinido, para cada una de las dos unidades de análisis. En caso de que la imputación se realice fuera del contexto del modelo se revisarán los resultados obtenidos en la primera etapa, a efectos de determinar el impacto de la imputación en la selección del modelo final.

Etapas 3: implementación del modelo en R

Las funciones se desarrollarán en el paquete estadístico R. R es un paquete gratuito, de código abierto. R proporciona una amplia gama de herramientas estadísticas y tiene capacidad de generar gráficos de alta calidad. Actualmente, no existe una función en R que ajuste los modelos de interacción espacial que se proponen utilizar en el proyecto. Las librerías que existen en la actualidad calculan indicadores básicos y desarrollan la parte de visualización gráfica, con un componente fuerte de manejo de Sistemas de Información Geográfica (Giraud y Laurent 2016, Lovelace y Ellison 2017), no existiendo un paquete específico de modelización para este tipo de datos. El modelo gravitacional puro puede ser estimado pero no cuando se incorporan rezagos espaciales en las variables asociadas a origen o a destino, o cuando se incorporan restricciones al modelo.

Se creará una librería con funciones que integren todos los pasos (selección de la distribución que mejor ajuste a la variable de respuesta, cálculo de índices de autocorrelación espacial, pruebas de sobredispersión, imputación de las celdas vacías, ajuste del modelo final) en la cual el usuario ingresando la matriz de origen – destino, las variables explicativas y especificando las restricciones que considere necesarias, obtendrá como resultado el modelo que mejor ajuste a sus datos. La librería también permitirá

realizar predicciones, con las cuales el usuario podrá simular escenarios, ante cambios en las variables explicativas del modelo. Se incorporarán además herramientas gráficas que permitan la visualización de los resultados (mapas con líneas de deseo, puntos graduados, entre otros).

Se realizarán ajustes de las funciones durante todas las etapas del proyecto. Cabe destacar que este producto será en gran parte una integración de otras funciones ya desarrolladas en R. En algún caso como el de la imputación de las celdas vacías, tendrán que ser creadas durante la ejecución del proyecto, pero es importante enfatizar que los resultados de los modelos obtenidos (para Municipios o CCZ) no variarán de acuerdo a las versiones de las funciones. Con las distintas versiones se pretende mejorar la eficiencia desde un punto de vista algorítmico e ir incorporando las herramientas gráficas y de predicción, o el análisis de sensibilidad ante imputaciones en la matriz de origen - destino. Así entonces se pueden estimar los modelos desde la primera versión de las funciones, pudiendo variar la representación gráfica de los resultados y la presentación de los escenarios simulados entre las distintas versiones de las funciones a integrar en la librería.

Se proveerá al usuario entonces de una herramienta para el análisis de la generación y atracción de viajes, que podrá aplicarse tanto a los datos de la Encuesta de Movilidad del Área Metropolitana de Montevideo, como a cualquier matriz origen – destino. Los modelos de interacción espacial no se limitan sólo al análisis del transporte, sino que son muy utilizados para el análisis de transacciones comerciales (Burger, van Oort, Linders 2009, Martin y Pham 2015, Metulini, Patuelli y Griffith 2016), movimientos de poblaciones (Greenwood 2005, Lewer y Van den Berg 2008), turismo (Yang y Wong 2012, Morley, Roselló y Santana – Gallego 2014), entre otras aplicaciones que impliquen flujos de tangibles o intangibles en un conjunto de regiones delimitadas. Por eso se entiende que la aplicabilidad de la función a desarrollar durante el proyecto trasciende el área del transporte y puede ser ampliamente utilizada en otras áreas del conocimiento.

Etap 4: Análisis de los resultados obtenidos

En esta instancia se contarán con dos modelos para el análisis de la matriz de origen- destino para cada tipo de viaje, una para cada unidad de análisis (Municipios y CCZ). Se interpretarán los coeficientes estimados, y se analizarán escenarios simulados como predicciones del modelo, ante cambios en las características de las regiones.

En este sentido, se estudiará qué tan sensible son los flujos de viajes entre zonas en la ciudad de Montevideo ante cambios tales como incrementos en el parque vehicular, modo de transporte, cambios en la concentración espacial de oportunidades laborales, entre otros. Este análisis de sensibilidad representa una herramienta útil para la planificación de la movilidad dado que ayuda a entender cuáles son los determinantes de los flujos de viajes dentro de la ciudad. Se acompañarán los resultados con gráficos y mapas que ayuden a la visualización de los escenarios simulados.

Se compararán los resultados obtenidos entre los modelos para Municipios y CCZ, con el fin de analizar los fenómenos detectados (o ignorados) al utilizar distintas unidades geográficas de análisis. Probablemente el modelo obtenido con Municipios no capte interacciones que podrían modelizarse con el modelo para CCZ, pero los tamaños de muestra en Municipios permiten realizar inferencias con un nivel de precisión mayor, por lo que puede darse un *trade off* entre la precisión y una mayor desagregación en las interacciones detectadas.

En el caso de los municipios y para viajes por motivo laboral además será comparado con los resultados obtenidos por Riaño, Martínez y Zoppolo (2017), en donde se ajusta un modelo log – normal sin restricciones en los parámetros.

2) Actividades Específicas

Discusión teórica.

Discusión sobre la implementación de las diferentes metodologías encontradas en los antecedentes. Actualización de la bibliografía. Extensión de la revisión de la literatura en caso de ser necesario.

Relevamiento de bases de datos y de los paquetes de R disponibles a utilizar.

Relevamiento de bases de datos disponibles online. Realización de gestiones para el acceso de datos no públicos, en caso de ser necesario. Depuración y adecuación de las variables contenidas en las bases de datos al formato necesario para su inclusión en el modelo a estimar. Revisión de paquetes y funciones de R para modelos de conteo, pruebas de bondad de ajuste y de sobredispersión, y de econometría espacial.

Definición de estrategia para imputar los ceros de la matriz y su implementación en R.

Selección de un método para la imputación de las celdas vacías de la matriz de origen - destino para el caso en el cual no pueden ser considerados como realización de una variable aleatoria (cuando no pueden ser incorporados en el propio modelo). Elaboración de una función en R para la imputación de las celdas vacías mediante el método seleccionado para la imputación.

Implementación en R de los modelos utilizando a los Municipios como unidad geográfica de análisis.

Se ajustarán los modelos para viajes laborales, de estudio y otros utilizando a los Municipios como unidad geográfica de análisis. Se probarán diferentes funciones y comandos que serán integrados en la función genérica que se obtendrá como producto final. Dentro de las funciones a probar y/o desarrollar destacan la prueba de ajuste sobre la variable de respuesta, la prueba de sobredispersión, la prueba de autocorrelación espacial, y el ajuste del modelo seleccionado de acuerdo a las pruebas anteriores incorporando restricciones y autocorrelación espacial, si corresponde.

Implementación en R de los modelos utilizando a los CCZ como unidad geográfica de análisis.

Se ajustarán los modelos utilizando a los CCZ como unidad de análisis. Se incorporarán los ajustes necesarios al programa, de acuerdo a lo dicho en el punto anterior. Se analizará la sensibilidad de los resultados a las imputaciones, en caso de ser realizadas.

Análisis de resultados para Municipios y CCZ.

En esta instancia se analizarán los resultados obtenidos para los modelos ajustados. Se analizarán escenarios simulados y las predicciones del modelo, realizando una caracterización de las variables incorporadas, de acuerdo al poder explicativo de las mismas, como determinantes de los flujos en la ciudad. En el caso de Municipios, se compararán los resultados con los obtenidos por Riaño, Martínez y Zoppolo (2017), en donde se ajusta un modelo log – normal sin restricciones. Se analizarán las diferencias encontradas en las especificaciones de los modelos para los distintos tipos de viaje y se compararán los resultados con los obtenidos para Municipios, enfatizando las diferencias de fenómenos detectados debido al uso de distintas unidades de análisis, y evaluando la performance de los modelos de acuerdo a algún criterio predefinido.

Redacción de informes preliminares

Redacción de informes preliminares con los avances obtenidos durante el proyecto.

Ajuste y prueba de funciones integradas a librería de R

En esta etapa se ultimarán los detalles de la función realizada en R, integrando las herramientas de visualización y la simulación de escenarios como función. Se simularán matrices de origen - destino con distribuciones distintas a las ajustadas en los modelos, para así poder evaluar la performance de la función en diferentes contextos. De acuerdo al resultado de estas pruebas, se ajustarán los detalles que se consideren necesarios para el buen desempeño de la función.

Evento de divulgación

Se realizará un Workshop como evento de divulgación, con la presentación de los resultados obtenidos, generando un espacio de intercambio y discusión. Se contará con la participación de investigadores del medio relacionados a la temática, y serán invitados actores relevantes de las Intendencias de Montevideo, Canelones y San José, del Ministerio de Transporte y Obras Públicas, del PNUD y de la Comisión Andina de Fomento (instituciones a cargo de la Encuesta de Movilidad Urbana realizada en 2016), así como otros representantes de instituciones del medio que se consideren como posibles beneficiarios de los modelos desarrollados durante el proyecto.

Capacitación actores relevantes

Dentro de los actores relevantes se encuentran distintas direcciones de la Intendencia de Montevideo (Planificación de Movilidad y la Unidad Estadística), el MTOP, y el resto de instituciones que conformaron el equipo de trabajo para la realización de la Encuesta de Movilidad. Se realizará una capacitación en dos o tres sesiones, para el uso de la librería desarrollada en R, producto del proyecto. Además serán invitados investigadores en el área de transporte, con el fin de dar una mayor difusión al uso de la librería.

Redacción de informe final

El informe final contendrá una parte de resultados, correspondiente a los modelos obtenidos con las diferentes unidades de análisis, y una segunda parte que constará de un manual para el uso de la librería desarrollada en R. Los resultados presentados en el informe final serán la base para la publicación de artículos en una revista internacional arbitrada.

g) Descripción de los beneficios esperados de los resultados tanto en términos académicos como en términos sociales, económicos, productivos, si corresponde.

A continuación se detallan los impactos y beneficios esperados de los resultados del proyecto.

1) Planificación de la movilidad

Al desarrollar una metodología que permita analizar los viajes (por distintos motivos) entre zonas, en primer lugar, se beneficia a la planificación de la movilidad, en la medida de que se logra un mejor entendimiento de los patrones de movilidad. A su vez, con la metodología también se espera aportar a otros organismos que realizan planificación de transporte en base a modelos de transporte como el MTOP y la Dirección de Movilidad de la Intendencia de Montevideo

El impacto va a depender de la medida de que las técnicas sean incorporadas en la planificación de la movilidad, por ejemplo, en el desarrollo de un modelo de transporte. Para fortalecer el vínculo con las instituciones interesadas es que se realiza un evento de divulgación y una instancia de capacitación para los actores relevantes, de forma de mostrar la funcionalidad de la librería y de transmitir el conocimiento incorporado durante el proyecto.

2) Aporte a la agenda de investigación en el área del transporte a nivel nacional

Se espera realizar un aporte a la incipiente área de estudios de transporte a nivel nacional. Si bien no existe un espacio en la academia a nivel nacional dedicado específicamente a la investigación en esta área, algunos investigadores están trabajando en estos temas y se están formando nuevas capacidades. En este sentido, el estudio pretende generar una línea de investigación en la agenda local, y así ayudar a consolidar un espacio o grupo de investigación en temas de transporte.

3) Presentación de una nueva metodología (a nivel nacional) para el tratamiento de matrices de origen – destino.

Los beneficiarios de la nueva metodología a presentar serían principalmente investigadores nacionales vinculados a temas de transporte y profesionales en el área de transporte y movilidad, pero también profesionales de otras áreas como turismo o comercio internacional, en donde se trabaje con matrices de origen – destino. A nivel nacional, los modelos de interacción espacial con el enfoque presentado en el proyecto no han sido aplicados en ningún área del conocimiento. Se espera que el desarrollo de este proyecto no sólo impacte en el área de transporte, si no que puedan ser aplicados en otras áreas del conocimiento, por ejemplo al turismo interno entre regiones del país, o a las transacciones comerciales en el Mercosur, por sólo mencionar algunos ejemplos. También, se tiene la expectativa de que se siga por esta línea de investigación en otros ambientes académicos nacionales, como parte de la comunidad académica que se dedica a temas de transporte, fortaleciendo la interacción con otros investigadores del medio.

4) Aporte a la comunidad R

El desarrollo de una nueva librería sería una contribución para los usuarios de R a nivel nacional e internacional. Al no existir una función que integre todos los pasos necesarios para determinar la mejor especificación del modelo a utilizar, y su estimación en R, con la nueva librería el usuario no deberá realizar pruebas y estimaciones por separado, sino que solamente deberá ingresar los datos, las variables explicativas y otros parámetros como ser la incorporación de restricciones o las preferencias de salidas gráficas, ahorrando de esta manera tiempo de programación, pudiendo tener resultados de forma directa.

5) Optimizar la planificación de futuras encuestas de movilidad

Las instituciones responsables de la realización de encuestas de movilidad a futuro podrían verse beneficiadas a la hora de la planificación de la encuesta. Utilizando los resultados de los modelos se podría tener una mejor precisión de las estimaciones y asignación de la muestra entre estratos. De esta manera se hace un mejor uso de los recursos, asignando más cantidad de casos en donde realmente es necesario, y se obtienen mejores resultados sin aumentar el presupuesto de la encuesta. Los modelos de interacción espacial aportan información sobre potenciales zonas de transporte. La discusión sobre el impacto de la unidad geográfica de análisis en los resultados del modelo puede ser decisiva a la hora de determinar los tamaños de muestra y la estratificación a utilizar en la encuesta.

h) Personal asignado al proyecto y personal a contratar; detalle de las tareas a realizar por cada integrante.

Nombre	Grado/Horas	Tareas / Actividades
María Eugenia Riaño	3 (35 actuales)	Responsable. Coordinación general de actividades.
Martín Hansz	Externo	Análisis de Resultados de los Modelos estimados
Fernando Massa	2 (40 actuales)	Programación en R y Estimación de Modelos

Grado 2 a contratar	10	Programación en R - Capacitación
Grado 1 a contratar	1 (10)	Estimación de Modelos - Imputación de celdas vacías

El equipo de investigadores está conformado por la coordinadora del equipo inicial de investigación que comienza a abordar estos temas en el ámbito del Instituto de Estadística (María Eugenia Riaño), incorporándose Martín Hansz, Master in Transport Planning por la Universidad de Leeds, y Fernando Massa, con amplia experiencia en programación en R. Se contratará un ayudante Grado 1, estudiante de la Licenciatura en Estadística, de forma de dar una oportunidad a la realización de una tesis de grado con alguno de los tópicos a desarrollar en el proyecto y un Grado 2 con experiencia en R para encargarse de la programación. Las tareas a realizar se encuentran especificadas en el cuadro anterior en forma general. Todos los integrantes además participarán en la redacción de documentos e informes, y de las presentaciones a realizar en el evento de divulgación.

i) Formación de recursos humanos.

Como se mencionó en el apartado anterior, el objetivo al contratar un estudiante avanzado de la Licenciatura en Estadística es que pueda realizar su tesis de grado durante la ejecución del proyecto. Se propondrá inicialmente como tema de tesis el de imputación de las celdas vacías de la matriz de origen – destino, de forma que se le pueda dar una profundización mayor a este problema, quedando sujeta su realización (o sus posibles variantes) al perfil de los estudiantes interesados en participar del proyecto.

j) Equipos y materiales, si corresponde. Descripción de equipos y materiales disponibles para el desarrollo del proyecto; en caso de solicitar nuevos equipos y materiales, es necesario fundamentar su necesidad.

En caso de ser seleccionado el Proyecto se realizará en el Instituto de Estadística de la Facultad de Ciencias Económicas y de Administración. El Instituto facilitará a los investigadores el equipamiento de las oficinas del instituto de forma que garantice el desarrollo del plan de trabajo presentado en el proyecto, así como de los materiales necesarios (papelería, impresiones, entre otros).

k) Cronograma de ejecución, especificando los resultados que se espera obtener en cada etapa (siempre que corresponda).

Actividades	Trim 1	Trim 2	Trim 3	Trim 4	Trim 5	Trim 6
1. Discusión Teórica	X					
2. Relevamiento de bases de datos y de los paquetes de R disponibles a utilizar.	X					
3. Definición de estrategia para imputar los ceros de la matriz y su implementación en R.	X	X				
4. Implementación en R del primer modelo utilizando Municipios y viajes por motivo laboral.		X				
5. Análisis de resultados para Municipios y viajes laborales.		X				
6. Implementación en R del segundo modelo utilizando Municipios y viajes por motivo estudio.		X	X			
7. Análisis de resultados para Municipios y viajes por estudio.			X			
8. Implementación en R del tercer modelo utilizando Municipios y viajes por motivo "otros".			X			
9. Análisis de resultados para Municipios y viajes por motivo "otros".			X			
10. Redacción informe preliminar con resultados para Municipios.				X		
11. Implementación en R del cuarto modelo utilizando CCZ y viajes laborales.				X		
12. Análisis de resultados para CCZ y viajes laborales.				X		
13. Implementación en R del quinto modelo utilizando CCZ y viajes por motivo estudio.				X	X	
14. Análisis de resultados para CCZ y viajes por motivo estudio.					X	
15. Implementación en R del sexto modelo utilizando CCZ y viajes por motivo "otros".					X	
16. Análisis de resultados para CCZ y viajes por motivo "otros".					X	
17. Análisis comparativo de resultados entre modelos.				X	X	X
18. Redacción informe preliminar con resultados para CCZ.					X	
19. Ajuste y prueba de librería en R.					X	X
20. Evento de divulgación.						X
21. Capacitación a actores relevantes.						X
22. Redacción de informe final.						X

Resultados

- I. Actualización de la revisión bibliográfica de la temática a investigar y discusión teórica sobre el enfoque metodológico a utilizar (actividad 1).
- II. Obtención de las bases de datos relevantes para la investigación y listado actualizado de paquetes de R a utilizar (actividad 2).
- III. Función en R para la imputación de los ceros de la matriz de origen – destino (actividad 3).
- IV. Función en R para la estimación de modelos de interacción espacial, en distintas versiones (actividades 4, 6, 8, 11, 13 y 15).
- V. Variables identificadas como determinantes de la cantidad de viajes (actividades 5, 7, 9, 12, 14 y 16).
- VI. Escenarios simulados y predicción (actividades 5, 7, 9, 12, 14 y 16).
- VII. Correlaciones detectadas por los modelos basados en CCZ y no identificables en modelos con Municipios (actividad 17).
- VIII. Patrones de movilidad encontrados según especificaciones de los modelos para los distintos tipos de viaje (actividad 17).
- IX. Documentos de trabajo con avances del proyecto (actividades 10 y 18).
- X. Librería en R para estimación de modelos de interacción espacial (actividad 19).
- XI. Documento de trabajo final con los resultados del proyecto (actividad 22).

I) Referencias bibliográficas.

ANAS, A. (1983). Discrete choice theory, information theory and the multinomial logit and gravity models. *Transportation Research Part B: Methodological*. Vol. 17, Issue 1, pp. 13- 23.

ANDERSON, J. E. (1979). A Theoretical Foundation for the Gravity Equation. *The American Economic Review*, Vol. 69, No. 1, pp. 106-116.

BAVAUD, F. (2016). Testing Spatial Autocorrelation in Weighted Networks: The Modes Permutation Test. Capítulo 4, Patuelli, R. y Arbia, G. editores, *Spatial Econometric Interaction Modelling*, Springer.

BURGER, M. J., VAN OORT, F. G. y LINDERS, G. (2009). On the Specification of the Gravity Model of Trade: Zeros, Excess Zeros and Zero-Inflated Estimation. *ERIM Report Series Reference No. ERS-2009-003-ORG*. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1376148>

CAMERON, A. C. Y TRIVEDI, P. (2013). *Regression Analysis of Count Data*. Cambridge University Press, New York.

CONOVER, W. J. (1999). *Practical Nonparametric Statistical*, 3ra edición, John Wiley & Sons, Inc. New York.

FLOWERDEW, R. y AITKIN, M. (1982). A method of fitting the gravity model based in the Poisson distribution. *Journal of regional science*. Vol. 22, N°2.

GIRAUD, T. y LAURENT, B. (2016). flows: Flow Selection and Analysis. R package version 1.1.1. <https://CRAN.R-project.org/package=flows>

GREENE, W.H. (1994). Accounting for excess zeros and sample selection in Poisson and negative binomial models, Stern School of Business, New York University, Working Paper 94-10.

GREENWOOD, M. (2005). Modeling Migration. *Encyclopedia of social measurement*, Vol. 2, Elsevier.

GRIFFITH, D. A. (2003). *Spatial Autocorrelation and Spatial Filtering*. Springer.

GRIFFITH, D. A. y FISCHER, M. (2016). Constrained Variants of the Gravity Model and Spatial Dependence: Model Specification and Estimation Issues. Capítulo 3, Patuelli, R. y Arbia, G. editores, *Spatial Econometric Interaction Modelling*, Springer.

LAMBERT, D. 1992. Zero-Inflated Poisson Regression, with an Application to Defects in Manufacturing. *Technometrics*, VOL. 34, NO. 1. *American Statistical Association and the American Society for Quality Control*.

LAMBERT, D. M., BROWN, J. y FLORAX, R. 2010. A two- step estimator for spatial lag model of counts: Theory, small sample performance and an application. *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 40, pp. 241 – 252.

LEDENT, J. 1985. The doubly constrained model of spatial interaction: a more general formulation. *Environment and Planning*, Vol. 17, pp 253 – 262.

LeSAGE, J. y PARENT 2007. Bayesian Model Averaging for Spatial Econometric Models. *Geographical Analysis*. Vol. 39, Issue 3, pp. 241- 267.

LeSAGE, J. y PACE, R. K. 2008. Spatial Econometric modeling of origin – destination flows. *Journal of Regional Science*, Vol. 48, No. 5, pp. 941- 967.

LeSAGE, J. y PACE, R. K. 2009. *Introduction to Spatial Econometrics*. Chapman & Hall/CRC, Taylor & Francis Group.

LEWER, J. y VAN DEN BERG, H. 2008. A gravity model for immigration. *Economics Letters*, Vol. 99, Issue 1, pp. 164 -167.

LOVELACE, R. y ELLISON, R. 2017. stplanr: Sustainable Transport Planning. R package version 0.1.9. <https://CRAN.R-project.org/package=stplanr>

MARTIN, W. y PHAM, C. 2015. Estimating the gravity model when zero trade flows are frequent and economically determined, Policy Research Working Paper, World Bank. Report number WPS7308, Volume 1.

METULINI, R., PATUELLI, R. and GRIFFITH, D. A. 2016. A Spatial-Filtering Zero-Inflated Approach to the Estimation of the Gravity Model of Trade. Quaderni - Working Paper DSE N° 1081. Disponible en SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2854075>

MILLER, A. 1990. *Subset selection in regression*. Chapman and Hall.

MORLEY, C., ROSELLÓ, J. Y SANTANA – GALLEGO, M. 2014. Gravity models for tourism demand: theory and use. *Annals of tourism research*. Vol. 48, pp. 1- 10.

ORTUZAR, J. D. D. & WILLUMSEN, L. G. 2001. *Modelling transport*, Wiley.

RANJAN, P. y TOBIÁS, J. 2007. Bayesian inference for the gravity model. *Journal of applied Econometrics*. Vol 22. Issue 4, pp. 817- 838.

- RIAÑO, E., MARTÍNEZ, G. y ZOPPOLO, G. 2017. Modelos de Origen- Destino: una primera aproximación aplicada a la Encuesta de Movilidad de Montevideo. Serie Documentos de Trabajo, DT (17/04). Instituto de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Universidad de la República, Uruguay. http://www.iesta.edu.uy/wp-content/uploads/2018/01/ddt_04_17.pdf
- SANTOS SILVA, J. M. C. y TENREYRO, S. 2006. The Log of Gravity. *The Review of Economics and Statistics*, 88(4): 641–658.
- SELLNER, R., FISCHER, M. y KOCH, M. 2013. A spatial auto-regressive Poisson gravity model. *Geographical Analysis*, Vol.45, Issue 2, pp. 180 – 201.
- SEN, A. y SMITH. T. E. 1995. Gravity Models of Spatial Interaction Behavior. Springer.
- TIEFELSDORF, M. y BOOTS, B. 1995. The specification of constrained interaction models using the SPSS loglinear procedure. *Geographical Systems*, Vol. 2, pp. 21-38.
- WILSON, A.G. 1967. A statistical theory of spatial distribution models, *Transportation Research* 1, 253–269.
- WILSON, A.G. 1971. A family of spatial interaction models, and associated developments. *Environment and Planning*. Vol. 3, pp. 1- 32.
- YANG, Y. Y WONG, K. 2012. A Spatial Econometric Approach to Model Spillover Effects in Tourism Flows. *Journal of travel research*. Vol. 51(6), pp. 768 –778.