

# Producto Potencial y Brecha de Producto en Uruguay\*

• SILVIA RODRÍGUEZ COLLAZO, IGNACIO ÁLVAREZ, NATALIA DA SILVA\*\*

Universidad de la República

## RESUMEN

El producto potencial puede definirse como el nivel de producto que la economía es capaz de alcanzar con los factores productivos disponibles y la tecnología existente sin generar presiones inflacionarias. La brecha de producto se define, como la diferencia -o la proporción- entre el producto potencial y el producto efectivo. Existe una gran variedad de metodologías para estimar la brecha de producto y el producto potencial, separadamente, sin que se haya saldado la discusión respecto a cuál de ellas es la más adecuada, dado que es un componente no observable no es posible realizar un *test* de ajuste entre las diversas estimaciones alternativas. Este trabajo presenta dos bloques de resultados, en primera instancia, se estima el producto potencial y la brecha de producto mediante la aplicación de filtros lineales. En particular se estima la brecha y el producto potencial para la economía uruguaya hasta el año 2008. Se aplican los filtros de Hodrick Prescott (1980) y Christiano Fitzgerald (1999) sobre datos prefiltrados, utilizando la metodología de descomposición basada en modelos *Arima*. Adicionalmente, se implementan herramientas que permitan comparar los distintos métodos en un contexto de análisis espectral a partir del cual se explicitan las propiedades de la señal estimada. En ese marco se elaboran medidas relativas al ajuste, estabilidad y efecto distorsivo de los filtros utilizados.

**Palabras clave:** Filtros lineales, brecha de producto, análisis espectral.

## ABSTRACT

*Potential product can be defined as the product level the economy is able to reach with the productive factors available and the existing technology without generating inflationary pressures. The output gap is defined as the difference (or ratio) between the potential output and the actual product. A great variety of methodologies have been proposed separately to estimate productivity gap and potential output, without having settled with respect to which approach is best, since it is a non-observable component is not possible to test for adjustment between the various alternative estimates. This paper displays two blocks of results, in the first instance, estimates the potential output and the productivity gap by applying linear filters. In particular, the estimated gap and potential output for the Uruguayan economy until 2008 is considered. Hodrick Prescott (1980) and Hodrick Prescott (1980) filters are applied to pre-filtered data, using the decomposition methodology based on ARIMA models. Additionally, tools to compare different methods in the context of spectral analysis are implemented, from which the estimated signal properties are specified. Measures regarding to fit, stability and the applied filters distortion effect are developed within this framework.*

**Keywords:** linear filters, output gap, spectral analysis

\* Este trabajo fue presentado en el Octavo Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística y se apoya en investigaciones previas de los autores desarrolladas en el marco del convenio de la Oficina de Montevideo de la Cepal con el gobierno de Uruguay a través del Ministerio de Economía y Finanzas.

\*\* Instituto de Estadística, FCEyA, UdelAR. [silvia@iesta.edu.uy](mailto:silvia@iesta.edu.uy)



## 1. INTRODUCCIÓN

**E**l componente cíclico del producto es inobservable. Esto permite que coexistan muchas maneras distintas para estimarlo, sin que sea claro cuál de ellas es la más adecuada. No es posible realizar una prueba de ajuste para las diferentes estimaciones del ciclo ya que no existen datos observados con los cuales contrastar. Teniendo en cuenta la utilidad del ciclo para evaluar y diseñar las políticas económicas, es necesario contar con criterios que permitan evaluar y comparar las distintas estimaciones del mismo.

En este sentido, los objetivos generales del trabajo son:

1. Extraer la señal cíclica y de tendencia del PIB uruguayo a nivel agregado entre 1975-2008 y a nivel sectorial entre 1988-2008<sup>1</sup>. Para lo cual se utilizan dos filtros lineales como estimación alternativa para el ciclo, el filtro Hodrick Prescott y el filtro Christiano Fitzgerald.
2. Implementar herramientas que permitan comparar los distintos métodos para la extracción de la señal cíclica en una serie temporal, lo que supone estudiar las propiedades de los ciclos estimados con cada uno de los métodos utilizados.

El análisis espectral de las series temporales es útil para describir las propiedades teóricas de los filtros, así como entender el vínculo entre filtros lineales y la extracción del ciclo.

De este modo, permite explicitar las características teóricas del ciclo y comprender el funcionamiento de los filtros lineales. También es posible explicitar las propiedades de la señal cíclica estimada y obtener medidas relativas al ajuste, la estabilidad y el efecto distorsivo de los filtros empleados.

En este trabajo se estiman tanto el componente cíclico como el componente tendencial ya que la evolución conjunta de estas dos series permite obtener un panorama más completo de la coyuntura económica. Además el hecho de tener revisiones al incorporar nuevos datos a las series reafirma la utilidad del análisis complementario de estos dos componentes.

El documento se organiza de la siguiente manera: en la primera sección se define la brecha de producto así como los objetivos y los principales antecedentes del trabajo, en la segunda sección se describe brevemente el marco teórico, en la tercera, se explicitan los resultados, y finalmente se resumen las principales conclusiones.

### 1.1 Brecha de Producto

El ciclo económico está asociado con los movimientos de la actividad económica agregada en su dinámica de corto plazo. Una definición para el ciclo económico ampliamente referenciada en la literatura económica es la formulada por Burns y Mitchell en 1946. Ellos identifican al ciclo económico como fluctuaciones recurrentes pero no periódicas de la actividad económica agregada.

Esto implica que el ciclo económico no es el componente cíclico de una variable particular, sino que recoge los movimientos cíclicos comunes de un conjunto de variables macroeconómicas. Es decir, existe una relación directa entre los componentes cíclicos de las variables macroeconómicas, y lo que se definió anteriormente como ciclo económico.

La extracción del componente cíclico tiene varias aplicaciones en el análisis económico. El componente cíclico del PIB no es el ciclo económico, pero tiene importancia sustantiva en sí mismo, debido a que generalmente se toma como ciclo de referencia para la caracterización de las fluctuaciones de la economía en su conjunto. Además la señal cíclica puede asociarse con la brecha de producto de la economía, tanto a nivel agregado como sectorial.

Changny y Döpke (2001) presentan una discusión sobre la definición de la brecha de producto. La diferencia entre el PIB observado de la economía y su nivel “potencial” de largo plazo es conocida como la brecha de producto. Dicho nivel potencial puede definirse de distintas maneras. En su formulación original, Okun define el producto potencial como el nivel de producción que puede alcanzarse en una situación de pleno empleo. En las últimas décadas este concepto se ha ido modificando y se asocia el producto potencial con el mayor nivel de producto que la economía puede alcanzar sin generar presión inflacionaria.

En este trabajo, la brecha de producto se asocia con las fluctuaciones de corto o mediano plazo de la serie de IVFPIB, y por esta razón es estimada a través del componente cíclico del IVFPIB, que se constituye en la principal señal de interés a lo largo del trabajo.

La brecha de producto constituye un indicador utilizado para predecir las presiones inflacionarias. Una brecha de producto positiva, es decir un nivel de producción por encima del producto potencial, tiende a presionar los precios al alza.

Existen diferentes metodologías para calcular el producto potencial<sup>2</sup> y la brecha de producto de un país, en este trabajo se utilizan dos métodos no es-

tructurales univariados y en particular se estima el componente cíclico con los siguientes filtros lineales:

- Hodrick-Prescott (1980)
- Christiano-Fitzgerald (1999)

### 1.2 Antecedentes

La literatura de origen internacional que se ocupa del tema de la extracción de la señal cíclica o estimación de brecha de producto es sumamente extensa y abarca metodologías tanto de tipo univariado como multivariado. En este apartado sólo se hará referencia a la literatura más reciente de origen nacional ocupada en estimar tanto la brecha de producto como el producto potencial.

La revisión de antecedentes para Uruguay permitió relevar una serie de investigaciones que con objetivos y períodos de análisis diferentes, utilizan metodologías univariadas como multivariadas para la estimación del producto potencial o la brecha de producto.

En Rodríguez, S. *et al* (2007a) se analizan distintas metodologías de descomposición, y el efecto que tiene sobre la señal cíclica estimada con el filtro Hodrick-Prescott, en Rodríguez, S. *et al* (2007b) se aplican, además de Hodrick-Prescott, los filtros de Baxter-King y Christiano-Fitzgerald, y por último en Rodríguez, S. *et al* (2007c) se estima la brecha de producto en algunos sectores productivos.

Carbajal *et al* (2007) estiman el producto potencial y la brecha de producto siguiendo distintos métodos, ajuste de una función de producción de tipo Cobb-Douglas, la descomposición basada en modelos *ARIMA* seguida del filtro Hodrick-Prescott y un método de modelos estructurales.

Theoduloz (2005) estima el producto potencial, utilizando una función de producción Cobb-Douglas y datos de PIB anuales. Se estima la brecha a nivel agregado y para los distintos sectores productivos.

Rodríguez y Badagían (2004) obtienen diversas estimaciones del ciclo, utilizando un enfoque univariado. Se aplica un método de descomposición basado en modelos *ARIMA* (Maravall, 1987) conjuntamente con la aplicación del filtro Hodrick-Prescott. Un segundo método basado en modelos estructurales, y adicionalmente se obtiene la señal cíclica mediante la aplicación del filtro de Baxter y King (1995).

Badagían (2003) aplica un enfoque univariado para la estimación del ciclo en base a datos trimestrales de 1980.01 a 2002.03. Utiliza el filtro Hodrick Prescott, el de Baxter King y el método basado en modelos estructurales.

Bucacos (2001) estima el producto potencial y la brecha de producto mediante el ajuste de una función de producción de tipo Cobb-Douglas con datos anuales correspondientes al período 1960-1999. Alternativamente a los datos anuales del PIB le aplica el filtro Hodrick-Prescott (1980).

Asimismo, utilizando datos trimestrales para el período 1975.04 a 2000.02 estima la tendencia segmentada, encontrando quiebres tanto en la ordenada como en la pendiente.

Kamil y Lorenzo (1998) realizan una descripción del ciclo macroeconómico en la economía uruguaya entre 1975-1994. La metodología de estimación está basada en modelos ARIMA conjuntamente con la aplicación del filtro Hodrick-Prescott.

En Rodríguez *et al* (2007 a y b) se estima la brecha de producto aplicando diversos filtros, en un enfoque de tipo univariado, aplicados al IVF del PIB trimestral 1975.01-2007.04. Se utilizan diferentes metodologías de descomposición, empiricistas y basadas en modelos de las que se extrae el componente tendencia-ciclo y serie de producto desestacionalizada. La brecha y el producto potencial se estiman separadamente mediante la aplicación de tres filtros, Hodrick-Prescott (1980), Baxter y King (1995) y Christiano-Fitzgerald (1999).

En Álvarez y da Silva (2008) con una muestra que va desde 1975.01 a 2007.04, se presenta un conjunto de herramientas a partir de un enfoque del dominio de las frecuencias, en el que se evalúan diversos métodos para la extracción de la señal cíclica, Hodrick-Prescott (1980), Baxter y King (1995), Christiano-Fitzgerald (1999) y filtros de Butterworth. Se presentan además un conjunto de medidas relativas al ajuste, la estabilidad y el efecto distorsivo de los filtros empleados.

## 2. ANÁLISIS ESPECTRAL

En esta sección se presentan los conceptos necesarios para comprender el análisis de series temporales en el dominio de la frecuencia. En el análisis espectral, las series temporales son vistas como una combinación de fluctuaciones de distinta amplitud y duración. Una descripción más extensa de estos conceptos se encuentra en Álvarez y da Silva (2008) la cual se basa en Pedersen (1999), Pollock (1999) y Schleicher (2003).

En la sección anterior se describió lo que se entiende por extracción de señales, su vínculo con el análisis en el dominio de la frecuencia surge desde la definición de los componentes, ya que cada componente es aso-

ciado a un rango de frecuencia particular.

### 2.1 Extracción de señales

Como se señala en Espasa y Cancelo (1993), en el análisis económico, en particular cuando se analizan variables macroeconómicas, no necesariamente se realiza sobre los datos originales, ya que los mismos contienen oscilaciones que no son de interés y pueden distorsionar la interpretación de los resultados.

Las series de tiempo pueden desagregarse en distintos componentes, y según el objetivo del análisis, algunos de estos componentes serán de interés y otros no. Estos componentes no son directamente observables, por lo que deben ser estimados.

El problema de extraer un componente de interés a partir de datos observados es conocido como *Extracción de Señales* y se le llama “señal” a dicho componente.

En el contexto de la extracción de señales, una serie de tiempo se piensa como la agregación de un conjunto de señales ortogonales que son inobservables. Es decir, el proceso estocástico  $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$  puede ser descompuesto en cuatro componentes: la tendencia, el ciclo, la estación y por último el componente irregular. La relación entre  $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$  y sus componentes puede ser de distintas maneras: las dos más comunes son la aditiva y la multiplicativa.

*Aditiva:*  $Y_t = T_t + C_t + S_t + I_t$

*Multiplicativa:*  $Y_t = T_t * C_t * S_t * I_t$

Siguiendo a Espasa y Cancelo (1993), los componentes de la serie pueden definirse de la siguiente manera:

- **Tendencia:**  $T_t$  Es el componente asociado a las oscilaciones de baja frecuencia representando los movimientos de largo plazo o estructurales del fenómeno estudiado.
- **Ciclo:**  $C_t$  Es un componente de tipo oscilante que se caracteriza por ser un movimiento recurrente en torno a la tendencia que se repite cada varios años, aunque no necesariamente de forma periódica. Recoge las fluctuaciones de mediano plazo de la serie, aunque existen distintas definiciones de este componente, que lo vinculan con períodos que son mayores a los del componente estacional y menores a los de la tendencia.
- **Estación:**  $S_t$  El componente estacional, es el asociado al comportamiento regular de la serie en las frecuencias correspondientes a períodos de un año y medio, es decir, que recoge las características regulares de corto plazo de la serie.
- **Irregular:**  $I_t$  Tiene una estructura aleatoria y contiene oscilaciones no sistemáticas. Es el asocia-

do a las frecuencias más altas y recoge los comportamientos inesperados del proceso a analizar.

Esta descomposición, permite realizar un mejor análisis de los fenómenos económicos, al brindar al analista una herramienta para aislar las diferentes causas de variación de una serie. Por ejemplo, una descomposición de este tipo permite observar el estado de una economía, reconociendo tanto los efectos estacionales como el punto en el ciclo en donde se encuentra en un momento determinado.

En este trabajo la señal de interés es el componente cíclico y se analizan distintas herramientas para la extracción del mismo.

### 2.2 Representación espectral de una serie

Una serie temporal consiste en una sucesión de variables aleatorias indizadas en el tiempo  $\{Y_t\}_{t=0}^{\infty}$ . Consideradas en forma conjunta estas variables conforman un proceso estocástico.

Para el análisis estadístico de las series de tiempo se debe estudiar la estructura estocástica del proceso generador de los datos, lo que permite describir las propiedades de interés del fenómeno de estudio.

Hay dos enfoques equivalentes para analizar las series temporales en forma univariada. Por un lado el análisis en el dominio del tiempo, que tiene como base el estudio de las correlaciones del proceso. Cada modelo define una estructura de autocorrelaciones particular, las herramientas claves son las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. En este enfoque se construyen modelos paramétricos que pueden ser del tipo autoregresivos  $AR(p)$  o de medias móviles  $MA(q)$ . En segundo lugar, el análisis de las series se puede hacer en el dominio de la frecuencia, y en este caso la base teórica del enfoque es el análisis de las series de Fourier, y la herramienta clave es el espectro poblacional de la serie. Este enfoque parte de la base de ver el proceso como una combinación de fluctuaciones de diferente amplitud y duración. En particular el dominio de la frecuencia permite trabajar cómodamente en la extracción de señales.

En ambos enfoques es fundamental el supuesto sobre la estacionariedad de la serie, ya que el mismo permite hacer inferencia estadística. Como en las series de tiempo cada observación proviene de una variable aleatoria distinta, la inferencia estadística descansa sobre la estructura de dependencia que hay entre ellas. Por esta razón es necesario imponerle a la serie cierta estabilidad.

Uno de los principales resultados del análisis de Fu-

rier es que cualquier función definida en un intervalo finito de reales, puede ser aproximada por una suma ponderada de funciones seno y coseno en las frecuencias armónicas crecientes. En el caso de una muestra con  $T$  observaciones que conforman una serie de tiempo  $Y_t$  el resultado de Fourier permite expresar

$$Y_t = \sum_{j=0}^n \alpha_j \cos(w_j t) + \beta_j \sin(w_j t).$$

Donde los coeficientes  $\alpha_j$  y  $\beta_j$  son los llamados coeficientes de Fourier y  $w_j$  representan las frecuencias armónicas.

La representación de Fourier es el fundamento del *Teorema de representación espectral*, que es el análogo del teorema de Wold pero en el dominio de la frecuencia. Ambos brindan una manera de representar cualquier proceso que sea estacionario.

Más concretamente, el teorema de representación establece que si  $Y_t$  es un proceso estocástico estacionario en covarianza, el mismo puede ser representado como en la ecuación 1.

$$Y_t = \mu + \int_0^{\pi} \alpha(w) \cos(wt) + \delta(w) \sin(wt) dw \quad (1)$$

Donde  $\alpha(w)$  y  $\delta(w)$  son procesos estocásticos indizados en la frecuencia  $w$  que tienen media cero con incrementos independientes e incorrelacionados entre sí.

Estos dos procesos definen las características estocásticas de  $Y_t$ . Sin embargo en este trabajo, el análisis espectral de las distintas series se realiza basado en el Espectro Poblacional de la serie y no sobre estos procesos estocásticos.

### 2.3 Espectro poblacional

El Espectro poblacional es una herramienta fundamental para el estudio de series temporales en el dominio de la frecuencia, y el *Teorema de representación espectral* es la base para definirlo. En este sentido es necesario considerar la secuencia de autocovarianzas del proceso,  $\gamma_j = cov(Y_t, Y_{t-j})$  luego el espectro poblacional se define como sigue:

$$S_y(w) = \frac{1}{2\pi} \{ \gamma_0 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \gamma_j \cos(w_j) \} \quad (2)$$

En  $S_y(w)$  se resume la variabilidad del proceso que generó la secuencia  $y_t$  de la misma forma que en el dominio del tiempo este rol es jugado por la función de autocovarianzas. Por su forma de construcción, el espectro verifica las siguientes propiedades:

- Si  $\gamma_j$  constituye las autocovarianzas de un proceso

débilmente estacionario, entonces  $S_y(w)$  es una función de valores reales, continua y no negativa.

- El espectro es simétrico respecto de  $w=0$ , debido a que  $\cos(wt)=\cos(-wt)$ . Esto implica que  $S_y(w)=S_y(-w)$ .
- El espectro es una función periódica respecto a  $w$  con período  $2\pi$ . Esto implica que el conocimiento de  $S_y(w)$  para los  $w \in [0,\pi]$  es suficiente para conocer el espectro en cualquier valor de  $w$ .

### Interpretación del espectro

Para entender la importancia y el significado del espectro es interesante considerar la relación entre  $S_y(w)$  -desde el dominio de la frecuencia- y  $\gamma_j$  -dominio del tiempo-. Dicha relación está representada en la ecuación 3 que conforma la tesis principal del teorema Wiener-Kinchine para procesos estacionarios.

$$\int_{-\pi}^{\pi} S_y(w) e^{-i w j} dw = \gamma_j \quad (3)$$

La ecuación 3 muestra que la variabilidad de la serie está resumida en el espectro, en particular dice que a partir de  $S_y(w)$  es posible obtener las autocovarianzas de la serie. Por otro lado, la ecuación 2 define el espectro poblacional de la serie como una función de  $\gamma_j$ . En conjunto, ambas ecuaciones determinan la existencia de una relación biyectiva entre el espectro poblacional y la estructura de autocovarianzas, y por lo tanto determinan la equivalencia entre el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia para el estudio de series de tiempo.

Si se considera el caso particular cuando  $j=0$  se puede ver que:

$$\int_{-\pi}^{\pi} S_y(w) dw = \gamma_0$$

Es decir que la variabilidad total de la serie es igual al área bajo el espectro poblacional. Además, como el espectro es siempre no negativo, la integral

$$\int_{w_b}^{w_a} S_y(w) dw = \gamma_0$$

puede ser interpretada como la porción de varianza explicada por periodicidades de frecuencias entre  $w_a$  y  $w_b$ . Así, utilizando el espectro poblacional es posible descomponer la serie en componentes vinculados a periodicidades con distinto rango de frecuencias. Esto vincula al análisis espectral de la serie con la teoría de extracción de señales.

Como un primer ejemplo se puede considerar el ca-

so de un proceso ruido blanco, es decir una secuencia  $\epsilon_t$  de variables aleatorias iid, con media cero y varianza constante  $V(\epsilon_t) = \sigma^2$ . Su secuencia de autocovarianzas  $\gamma_j = 0$  para todo  $j > 0$  y  $\gamma_0 = \sigma^2$ . Utilizando la ecuación 2, el resultado es que

$$S_e(w) = \frac{\sigma^2}{2\pi}$$

El espectro poblacional de un ruido blanco es constante a lo largo de todas las frecuencias. Esto quiere decir que todas las frecuencias tienen el mismo peso para explicar la variabilidad de un proceso ruido blanco.

En el caso que se trabaje con un proceso MA(1),  $y_t = \epsilon_t + \theta \epsilon_{t-1}$ , las autocovarianzas de orden mayor o igual a 2 son nulas y  $\gamma_0 = (\theta^2 + 1)\sigma^2$ ,  $\gamma_1 = \theta\sigma^2$ . Con la anterior estructura de autocovarianzas el espectro poblacional queda definido de la siguiente manera:

$$S_y(w) = \frac{\sigma^2}{2\pi} (\theta^2 + 2\cos(w)\theta + 1)$$

En el caso del MA(1), la pendiente del espectro poblacional depende del signo del parámetro, y en el caso que  $\theta$  es positivo las frecuencias bajas son las que explican en mayor medida la variabilidad del proceso. En cambio, cuando el valor de  $\theta$  es negativo los resultados se invierten. Para ver el sentido que tiene la forma del espectro se debe recordar que las frecuencias bajas están asociadas a períodos más largos, en el primer caso los períodos largos explican la mayor parte de la variabilidad de la serie, mientras que en el segundo caso la mayor variabilidad está explicada con los períodos de más corto plazo, por lo que el proceso va a presentar un comportamiento más "inestable".

El espectro también es útil para identificar características del proceso generador de los datos, por ejemplo, si el mismo presenta tendencia y/o estacionalidad. En el primero de los casos el valor del espectro en  $w=0$  tiende a infinito, y en el caso que la serie presente estacionalidad estacionaria el espectro tendrá un pico en la frecuencia estacional -por ejemplo en  $w = \frac{\pi}{2}$  para series trimestrales.

## 2.4 Filtros lineales

En este apartado se presentan los filtros lineales en términos generales y se describe otra importante utilidad del espectro poblacional, que consiste en el análisis del efecto de la aplicación de un filtro lineal a un proceso estocástico.

En términos generales, un filtro lineal tiene la si-

guiente estructura  $\Psi(L) = \sum \Psi_j L^j$  donde  $L$  es el operador de retardos. Si se piensa en la representación de Wold de un proceso  $ARIMA(p,q)$  estacionario,  $Y_t = \Psi(L)\varepsilon_t$  se puede ver que todos los  $ARIMA(p,q)$  constituyen la aplicación de un filtro  $\Psi(L)$  a un proceso ruido blanco. El análisis espectral permite vincular la relación del espectro de un ruido blanco con un  $ARIMA(p,q)$ .

Para trabajar en el dominio de las frecuencias se utiliza la transformación de Fourier que tiene a los  $\Psi_j$  como coeficientes, esto es,

$$\Psi(\omega) = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j e^{-i\omega j}$$

Esta función resume las características del filtro. Es la llamada función de respuesta a la frecuencia -en adelante función de respuesta- donde  $\omega$  representa la frecuencia medida en radianes que se encuentra en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ , y  $i$  es la unidad imaginaria.

Todo filtro lineal presenta dos efectos fundamentales al ser aplicados a una serie de tiempo. En primer lugar puede modificar la *importancia* de alguna -o todas- frecuencia en la descomposición de la variabilidad, y por otra parte puede modificar el momento de tiempo, *ofase*, donde una frecuencia determinada era relevante. Para visualizar estos efectos se descompone la función de respuesta como sigue:

$$\Psi(\omega) = |\Psi(\omega)| e^{i\theta(\omega)}$$

Donde  $|\Psi(\omega)| = \sqrt{\Psi(\omega)\Psi(\omega^{-1})}$  representa el módulo de  $\Psi(\omega)$ , es la llamada *función de ganancia* del filtro lineal y cuantifica el primer tipo de efecto. Mientras que  $\theta(\omega) = \text{Arg}(\Psi(\omega)) =$

$$\text{Arctan} \left\{ \frac{\Psi^{im}(\omega)}{\Psi^{re}(\omega)} \right\}$$

representa la *función de fase*, que cuantifica el segundo tipo de efecto.

### Función de Ganancia

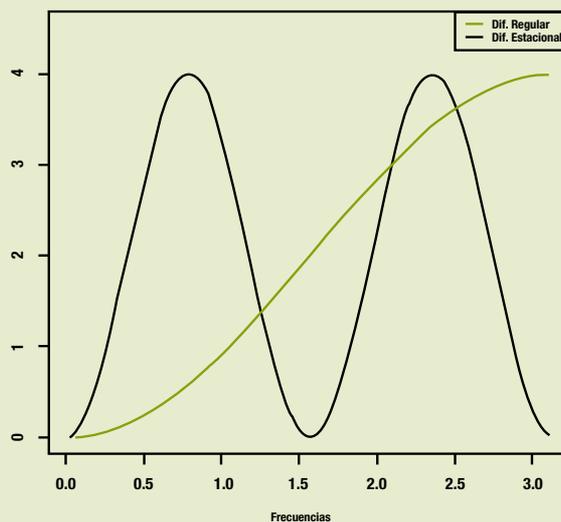
Sea  $X_t$  el resultado de aplicar el filtro lineal  $\Psi(L)$  al proceso  $Y_t$ , esto se puede presentar como  $X_t = \Psi(L)Y_t$ . La relación entre el espectro poblacional de  $X_t$  y  $Y_t$  está determinada por el cuadrado de la función de ganancia.

$$S_x(\omega) = \Psi(e^{-i\omega})\Psi(e^{i\omega})S_y(\omega) = |\Psi(\omega)|^2 S_y(\omega) \quad (4)$$

La función  $|\Psi(\omega)|^2$  es también conocida como función de transferencia, la misma permite analizar el efecto del filtro  $\Psi(L)$  sobre la serie  $Y_t$ , observando que

## GRÁFICO 1

### Funciones de transferencia



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

$$|\Psi(\omega)|^2 = \frac{S_x}{S_y}$$

se puede establecer que si  $|\Psi(\omega_a)|^2 > 1$  el filtro aumenta el peso de la frecuencia  $\omega_a$ , reducirá el peso en aquellas frecuencias donde la función de transferencia sea menor que la unidad y en el caso que  $|\Psi(\omega_a)|^2 = 0$  el filtro anula el peso de esta frecuencia.

Un filtro ampliamente conocido y utilizado es el operador de primera diferencia regular  $\Delta(Y_t) = Y_t - Y_{t-1}$ .

Esto es lo mismo que decir que a  $Y_t$  se le aplicó el filtro lineal  $(1-L)$ .

El cuadrado de la función de ganancia se obtiene como  $|\Psi(\omega)|_{\Delta}^2 = (1 - e^{-i\omega})(1 - e^{i\omega})$  y operando se obtiene la expresión de la ecuación 6. Si en lugar del operador diferencia regular se considera el operador de primera diferencia estacional para series trimestrales,  $\Delta^4(Y_t) = Y_t - Y_{t-4}$  y se realiza el mismo análisis se obtiene la función 7.

$$|\Psi(\omega)|_{\Delta}^2 = 2(1 - \cos(\omega)) \quad (5)$$

$$|\Psi(\omega)|_{\Delta^4}^2 = 2(1 - \cos(4\omega)) \quad (6)$$

Ambas funciones se muestran en el gráfico 1 donde se observa que hay frecuencias que son realzadas por el filtro y otras que ven su peso disminuido. Considerando la primera diferencia regular, es importante destacar que el filtro anula la frecuencia  $\omega=0$  lo que es esperable

ya que este filtro es usualmente utilizado para remover la tendencia de la serie.

De igual forma la primera diferencia estacional anula la frecuencia  $w = \frac{\pi}{2}$

que es la asociada a un período 4 equivalente a un año en series trimestrales.

Ahora bien, a pesar que estos filtros son diseñados para eliminar el peso de las frecuencias mencionadas, incorporan distorsiones adicionales a la serie original. El análisis espectral permite ver que otros efectos -aparte de los buscados- son incorporados a la serie al aplicar estos filtros.

### 2.5 Filtro Hodrick Prescott

Uno de los filtros más utilizados es el Hodrick Prescott (HP). A partir de una serie temporal finita de largo  $T$ , el filtro define el componente de tendencia ( $T_t$ ) como el que resuelve el siguiente problema de minimización:

$$\min \sum_{t=0}^T (y_t - T_t)^2 + \lambda \sum_{t=0}^T (\Delta T_t - \Delta T_{t-1})^2$$

donde se puede interpretar a  $\lambda$  como un parámetro que regula la suavidad del componente de tendencia, si es muy grande entonces  $T_t$  se aproximará a una recta y si es muy pequeño  $T_t$  se aproximará a los datos  $y_t$ .

Para analizar algunas de las propiedades del filtro HP, se considera su función de ganancia. Dicha función está expresada en la ecuación 8, y sitúa a este filtro dentro de una familia más general de filtros lineales, la familia de Butterworth.

$$|HP(w)|^2 = \frac{1}{1 + \left[ \frac{\text{sen}(w/2)}{\text{sen}(w_c/2)} \right]^4} \quad (7)$$

El filtro HP es de paso bajo, esto quiere decir que conserva las frecuencias menores a cierto umbral y anula las mayores. Se puede construir un filtro de paso alto definido como 1-HP. Esto implica que se debe tener cuidado al utilizar este filtro si la serie de entrada tiene más de dos componentes.

A partir de su función de ganancia se puede ver que

$$|HP(0)|^2 = 1 \text{ y } |HP(\pi)|^2 = \frac{\text{sen}(w_c/2)^2}{1 + \text{sen}(w_c/2)^2}$$

esto último implica que el filtro no anula completamente las frecuencias más altas, que se asocian a los componentes estacional e irregular.

En otras palabras, la señal filtrada con HP puede

contener ruido y por eso en Kaiser y Maravall (1999) se recomienda que la serie de entrada para aplicarlo no sea la serie original sino un componente que sólo tenga tendencia y ciclo.

### 2.6 El Filtro de Christiano y Fitzgerald

Otra aproximación al filtro ideal está dada por el filtro definido por Christiano y Fitzgerald (1999) (CF). El filtro puede expresarse como una media móvil finita, valor de la serie filtrada en el momento  $t$  y se obtiene como sigue:

$$C_t^{cf} = \sum_{j=t-T}^{t-1} \hat{\Psi}_j^{cf} Y_t$$

donde  $Y_t$  es la serie de entrada de la que se dispone de una muestra de tamaño  $T$ ,  $(y_1, y_2, \dots, y_T)$ . Se puede destacar que a diferencia del filtro Baxter King<sup>3</sup> el filtro CF utiliza todos los datos de la muestra para estimar  $C_t^{cf}$  lo que tiene como consecuencia que el filtro no es simétrico.

Debido a que una cantidad de series macroeconómicas presentan espectros similares al de un paseo aleatorio, los autores utilizan esta función para ponderar cada frecuencia en la derivación del filtro. Los coeficientes del filtro, son los que se derivan de resolver el siguiente problema de optimización donde se incorpora como ponderación de cada frecuencia, el pseudo-espectro de un paseo aleatorio.

$$\text{Min } Q_\Psi = \int_{-\pi}^{\pi} |\Psi(e^{iw}) - \hat{\Psi}_t(e^{iw})|^2 f(w) dw$$

$$\text{donde } f(w) = \frac{1}{2(1-\cos(w))} \quad (8)$$

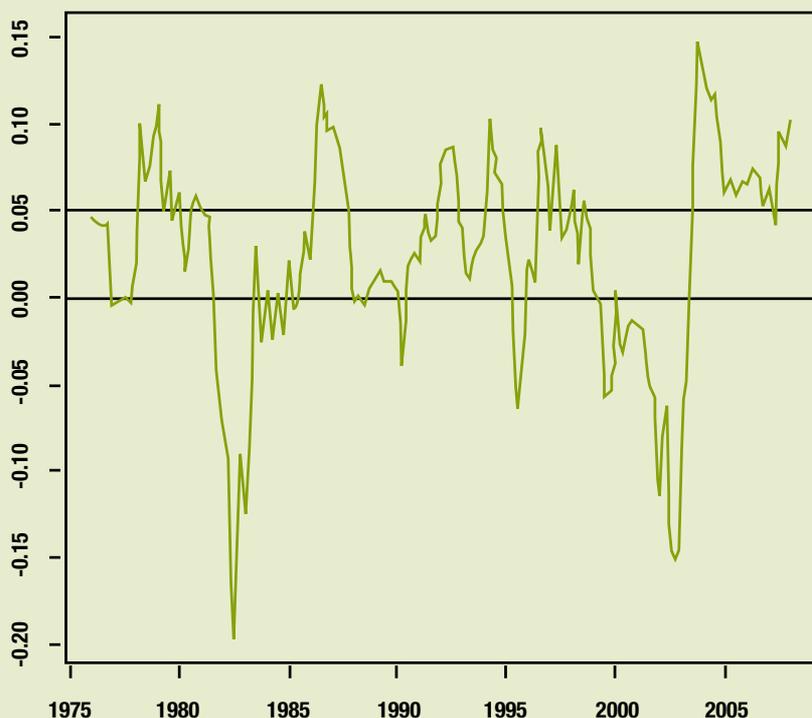
La función  $f(w)$  es decreciente en  $w$  y tiende a infinito cuando  $w \rightarrow 0$ , así se le otorga mayor peso a las frecuencias bajas<sup>4</sup>. Resolviendo el problema de minimización anterior se obtienen los coeficientes  $\hat{\Psi}_j^{cf}$ , y su expresión es la siguiente:

$$\hat{\Psi}_j^{cf} = \begin{cases} \frac{1}{2} \Psi_0 - \sum_{k=0}^{j-1} \Psi_k & \text{para } j = t-1 \\ \Psi_j & \text{para } j = t-2, \dots, T-t-1 \\ \frac{1}{2} \Psi_0 - \sum_{k=j+1}^0 \Psi_k & \text{para } j = T-t \end{cases} \quad (9)$$

Teniendo en cuenta la manera en que se obtienen los valores de la serie filtrada y la forma de los coeficientes, se puede observar que cada dato es obtenido con un conjunto de coeficientes diferente a los demás. Esto quiere decir que la función de ganancia depende de la posición

**GRÁFICO 2**

**Tasa de crecimiento de IVFPIB**



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

difica y esto da lugar a que las estimaciones de brecha sufran modificaciones. La magnitud de las mismas difiere de acuerdo al método seleccionado para extraer la señal. Estas modificaciones pueden implicar un cambio de signo incluso, pero dado que no se estiman intervalos de confianza de la brecha no es posible evaluar si la magnitud del cambio es significativa.

En Cayen *et al* (2005) se realiza un análisis detallado respecto a las revisiones que se registran en las estimaciones de brecha de producto de Canadá. En el documento se evalúan las revisiones para 12 formas diferentes de estimar la brecha, entre ellas figura un filtro pasa-banda y el filtro Hodrick Prescott.

que ocupe el dato, por lo que cada dato tiene asociada una función de ganancia distinta. En Iacobucci *et al* (2005) se muestra la representación gráfica en tres dimensiones de esta función y allí se puede ver que en algunas posiciones, el filtro deja pasar las frecuencias estacionales.

En CF no hay una restricción que asegure que la serie de salida sea estacionaria, por lo cual en caso que la serie original presente una raíz unitaria, la tendencia deberá ser tratada antes de aplicar el filtro.

**2.7 Revisiones**

Al incluirse nuevos datos, así como al incluir proyecciones a diferentes horizontes de tiempo, la muestra se mo-

Estos autores encuentran que en todas las metodologías relevadas existe un porcentaje de observaciones en donde se puede observar un cambio de signo en la brecha estimada al modificarse la muestra.

Se considera de interés realizar estas precisiones, en la medida que los filtros que se utilizan en este trabajo no escapan a estos cambios, a estas revisiones en las estimaciones, por ello es que el análisis conjunto de la brecha de producto y el producto potencial permiten armar un escenario más claro sobre la coyuntura económica.

**3. RESULTADOS**

En esta sección se presentarán los principales resultados

**CUADRO 1**

**Proyecciones de IVFPIB según Modelo 1**

Trimestre	IVFPIB	Lím. Inf. (95%)	Lím. Sup. (95%)
2008.2	216.2	205.6	227.4
2008.3	214.4	199.6	230.2
2008.4	248.9	228.2	271.7
2009.1	223.8	202.3	247.4

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**CUADRO 2**

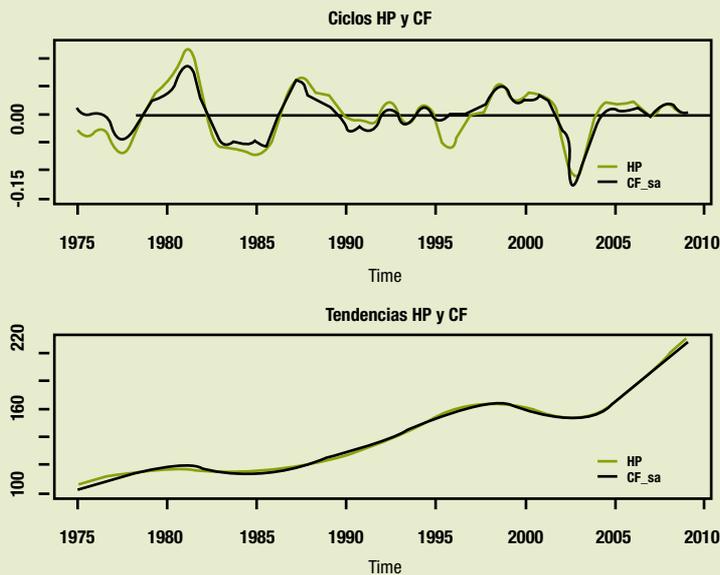
**Proyecciones para 2008**

Trimestre	IVFPIB	Lím. Inf. (95%)	Lím. Sup. (95%)
2008	200.77		
2008.2	205.60		
2008.3	204.02	193.90	214.66
2009.4	236.97	220.53	254.64

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

### GRÁFICO 3

#### Ciclo y tendencia de la economía uruguaya



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

de este trabajo. Los datos utilizados son, la serie trimestral de Índice de Volumen Físico del Producto Bruto Interno (IVFPIB) entre el primer trimestre del año 1975 y el primer trimestre del año 2008, base 1983, revisión 1988.

En esta sección se presentan las estimaciones del componente cíclico y de tendencia.

### 3.1 Modelos para el PBI

En esta subsección se describirán los modelos considerados para proyectar el crecimiento de la economía uruguaya en el año 2008. Luego del intenso período recesivo en el año 2002, la economía uruguaya presenta

un crecimiento sostenido que actualmente está en niveles históricos. En el gráfico 2 se observa la tasa de crecimiento anual del IVFPIB en todo el período considerado, a partir del 2003.3 se aprecia una tasa de crecimiento que supera el 5% anual y se mantiene hasta hoy por 19 trimestres consecutivos.

En la serie considerada no existe en ningún otro período una racha superior a los tres años donde la tasa de crecimiento se ubique por encima del 5%. Esta consideración podría sugerir que la dinámica de crecimiento de la economía se ha venido modificando.

Para obtener la brecha de producto y el producto potencial es necesario contar con el componente tendencia-ciclo (*TC*) y la serie ajustada por estación (*SA*). Para ello se utiliza el

método de descomposición basado en modelos, por lo que es necesario estimar un modelo *ARIMA* para la serie original.

Se estima un modelo *ARIMA* (0,1,0)(0,1,1)<sup>4</sup> en logaritmos, con tres valores atípicos, uno aditivo en 1982.3 un cambio transitorio en 1995.3 y un cambio de nivel a partir de 2002.3. Este último cambio de nivel se corresponde con lo comentado anteriormente, la tasa de crecimiento del IVFPIB parece haber aumentado en los últimos años. El cuadro 1 muestra las proyecciones del IVFPIB con sus intervalos de confianza al 95%.

Dado el valor del índice en el primer trimestre la proyección del segundo trimestre de 2008 parece elevada ya que estima un crecimiento de 15% respecto del segundo trimestre del año anterior. Esta alta tasa de crecimiento puede explicarse teniendo en cuenta el elevado crecimiento observado en el primer trimestre de 2008. Además el efecto de la semana de turismo juega en favor de un alto crecimiento ya que en 2007 cayó en el segundo trimestre y este año en el primero.

Este valor proyectado para 2008.2 tiene efecto sobre el resto de las proyecciones determinando un crecimiento a nuestro parecer, alto para el 2008 y 2009. Alternativamente, se tomó como proyección para 2008.2 el valor del límite inferior del intervalo de confianza con el modelo estimado hasta 2008.1, es decir 2005.6. Esto implica que se espere un crecimiento para el segundo trimestre de 2008 de 9.6%.

### CUADRO 3

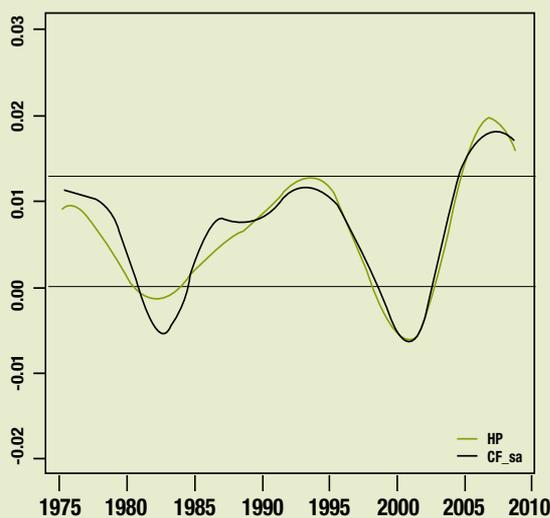
#### Ciclo y tendencia de IVFPIB

Trimestre	Ciclo_HP	Tend_HP	Ciclo_CF	Tend_CF
2007.1	-0.67%	189.5	-0.28%	189.8
2007.2	0.11%	193.0	0.11%	193.5
2007.3	1.38%	196.4	0.97%	197.2
2007.4	2.08%	200.0	1.74%	201.0
2008.1	2.09%	203.5	1.90%	204.6
2008.2	1.17%	207.1	1.35%	208.2
2008.3	0.43%	210.7	0.50%	211.6
2008.4	0.37%	214.3	-0.06%	215.0

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**GRÁFICO 4**

**Crecimiento de la tendencia**



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**CUADRO 4**

**Tasa de crecimiento de la tendencia**

Año	HP	HP
2004	3.84%	3.39%
2005	5.92%	5.92%
2006	7.02%	7.60%
2007	7.39%	8.07%
2008	7.3%	7.41%

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

Se estima el modelo antes explicitado utilizando la serie del IVFPIB desde 1975.1 a 2008.2, donde se incorporó para el 2008.2 la proyección del límite inferior del intervalo. El modelo se puede representar como sigue:

$$(1-L)(1-L^4)y_t = (1-\theta L^4)\varepsilon_t + \alpha_1 AO_{1982} + \alpha_2 LS_{2002} + \alpha_3 TC_{1995} + \alpha_4 Tur_t$$

Donde  $y_t = \log(IVFPIB)$ ,  $Tur_t$  es el regresor que recoge el efecto de la semana de turismo, mientras que el resto de los regresores representan la modelización de los valores atípicos identificados<sup>5</sup>.

Las proyecciones resultantes se muestran en el cuadro 2, las cuales determinan un crecimiento de 7.7% para el año 2008. En lo que sigue se utilizarán estos valores para realizar las estimaciones de ciclo y tendencia.

**3.2 Componentes estimados**

Como se mencionó en la introducción se estima el ciclo mediante los filtros lineales de Hodrick Prescott y Christiano Fitzgerald. La serie de entrada para el filtro HP es el componente tendencia ciclo (TC) que surge de aplicar la descomposición basada en modelos ARIMA propuesta por Maravall. Para el filtro CF la serie de entrada es la serie desestacionalizada que surge de la misma descomposición.

El cuadro 3 muestra el ciclo y la tendencia estimados con ambos filtros para los trimestres de los dos últimos años, el gráfico 3 también muestra las estimaciones de ciclo y tendencia para todo el período considerado. Los ciclos estimados están expresados como proporción de la tendencia. Se puede observar que en los últimos años, luego de la crisis de 2002, el ciclo del IVFPIB se mantuvo cercano a la tendencia.

Las estimaciones indican que el ciclo de estos últimos años ha sido levemente positivo o incluso nulo y que el producto de tendencia evoluciona de igual forma que el producto observado. Esto puede llevar a pensar que el crecimiento observado desde la crisis no generó ningún tipo de presiones en la inflación. Sin embargo, la duración de valores positivos -aunque bajos- en el ciclo se extiende por casi 20 trimestres, por lo que no debe descartarse cierta presión inflacionaria.

Por otro lado, y como complemento de lo anterior, se debe considerar cómo evoluciona la tendencia del IVFPIB. Un valor cercano al cero del ciclo puede tener distintas interpretaciones dependiendo de lo que esté ocurriendo con la señal de tendencia. Si bien el ciclo en estos últimos trimestres se ubicó cerca de la tendencia del IVFPIB, la misma ha venido creciendo en forma continua.

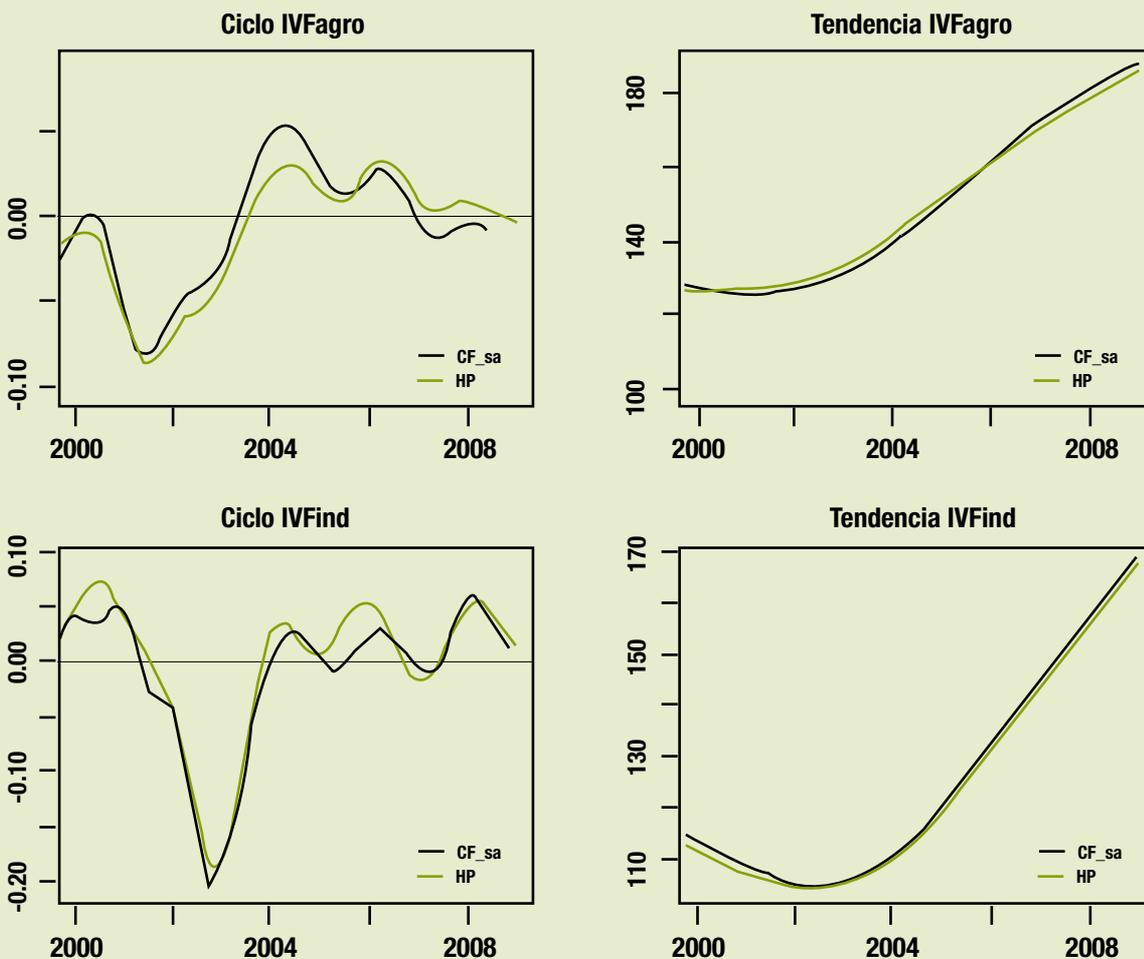
En el gráfico 4 y en el cuadro 4 se muestra la tasa de crecimiento de la tendencia estimada -para HP y CF-. En la figura se grafica la tasa de crecimiento trimestral. Se puede ver que en este momento se registran los máximos crecimientos de la tendencia en todo el período estudiado. Por otra parte, en el cuadro 4 se observa la tasa de crecimiento promedio anual de los últimos cinco años, la tasa máxima se observa en 2007.

En los últimos cuatro años el crecimiento estimado de la tendencia fluctuó entre un poco menos de 6% y 8% anual, en 2008 se espera un crecimiento cercano al 7.5% lo que implica continuar en esta senda de crecimiento elevado.

La metodología utilizada ha venido asignando el crecimiento observado al producto potencial, razón por la cual el ciclo ha permanecido cercano a los valores ten-

## GRÁFICO 5

### Nivel sectorial



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

denciales. Esto se puede explicar teniendo en cuenta que en los últimos seis años se han registrado altas tasas de crecimiento del IVFPIB y la duración promedio del ciclo estimado es próxima a los siete años. Por lo que el crecimiento observado no es considerado como cíclico y es asignado al componente de tendencia.

Esto último nos hace considerar que si bien es cierto que la brecha de producto es relativamente baja en estos últimos años, la misma se ubica por encima de un nivel de tendencia, que ha venido creciendo fuertemente, lo que podría indicar la existencia de ciertas presiones sobre la inflación.

### 3.3 PBI sectorial

En el gráfico 5 se pueden ver los componentes de tendencia y ciclo estimados para el sector agropecuario y para

la industria. Se observa cómo la crisis de 2002 tiene impacto en ambos sectores tanto en el ciclo como en la tendencia y se puede apreciar que el impacto en la industria es mayor al del agro. Respecto a la coyuntura actual, en el caso del sector industrial se observa un fuerte crecimiento del componente de tendencia luego de la crisis, acompañado por un componente cíclico positivo. En el caso del sector agropecuario el crecimiento del componente de tendencia también se observa desde la crisis aunque con menor fuerza y el ciclo es prácticamente nulo en los últimos años.

En cuadro 5 se presentan las tasas de crecimiento de la tendencia para los años 2003 al 2008. Los cuadros 6 y 7 muestran los valores estimados del ciclo y la tendencia sectorial para los últimos años, estimados con el filtro HP y CF respectivamente, el ciclo se expresó como pro-

porción de la tendencia.

En el caso del IVFagro, el ciclo representa menos de un 1% de la tendencia en ambos años tanto para HP como para CF, y la tendencia muestra un crecimiento del

entorno del 4.6% para el 2008, que es menor al de la economía en su conjunto. Por otro lado, en el caso de la industria, el ciclo es cercano a 0 en 2007 pero aumenta a más de 4 puntos de la tendencia en 2008. La tendencia del IVFind presenta un crecimiento anual elevado, estimándose un 8% de crecimiento para 2008 según CF y 8.5% según HP.

**CUADRO 5**

**Tasa de crecimiento de las tendencias estimadas**

Trimestre	HP_Agro	CF_Agro	HP_Ind	CF_Ind
2003	5.07	4.58	2.21	2.39
2004	6.46	6.63	6.40	6.24
2005	6.64	7.59	8.89	9.11
2006	6.13	7.40	9.72	10.29
2007	5.36	6.31	9.44	9.78
2008	4.70	4.71	8.55	8.07

Nota: Valores en porcentaje

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**CUADRO 6**

**Ciclos y tendencias estimadas sectoriales con HP**

Trimestre	Ciclo_Agro	Tend_Agro	Ciclo_Ind	Tend_Ind
2007.1	0.0089	170.2	-0.0007	144.7
2007.2	0.0032	172.4	-0.0111	147.7
2007.3	0.0038	174.5	0.0049	150.9
2007.4	0.0069	176.6	0.0354	154.2
2008.1	0.0074	178.6	0.0610	157.4
2008.2	0.0047	180.6	0.0538	160.6
2008.3	0.0017	182.7	0.0385	163.7
2008.4	-0.0011	184.5	0.0244	166.8

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**CUADRO 7**

**Ciclos y tendencias estimadas sectoriales con CF**

Trimestre	Ciclo_Agro	Tend_Agro	Ciclo_Ind	Tend_Ind
2007.1	-0.0029	172.1	-0.0188	145
2007.2	-0.0115	174.7	-0.0144	148.4
2007.3	-0.0121	177.1	0.0053	151.6
2007.4	-0.0079	179.3	0.0304	154.8
2008.1	-0.0044	181.4	0.0492	157.9
2008.2	-0.0054	183.3	0.0541	160.8
2008.3	-0.0100	185	0.0455	163.5
2008.4	-0.0142	186.6	0.0300	166.1

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**3.4 Medidas de ajuste**

En este apartado se muestra cómo utilizar las herramientas del análisis espectral para lograr medidas que indiquen el ajuste de los filtros usados para estimar los ciclos. Primero se utilizan las funciones de ganancia de los filtros usados para calcular una medida del efecto distorsivo de los mismos, y luego en base al espectro de los ciclos estimados se obtiene una medida de la pureza de la señal filtrada.

*Efecto distorsivo*

Como se mencionó en la sección 2 los filtros lineales distorsionan las propiedades espectrales de la serie a la que se aplican. Algunas de dichas distorsiones son buscadas, es decir, los filtros son diseñados con el objetivo de anular algún rango de frecuencias y conservar otro. Para la estimación del componente cíclico, en este trabajo, los filtros deben conservar intactas las frecuencias asociadas a periodicidades entre 6 y 40 trimestres, al tiempo de anular el resto de las frecuencias.

Sin embargo, los filtros lineales también provocan alteraciones no buscadas que se traspasan a la señal filtrada, a estas distorsiones se les llama *efecto distorsivo*, una manera de medir este efecto es observar la diferencia entre la función de ganancia del filtro y la función de ganancia ideal. La ganancia ideal es aquella que anula todas las frecuencias que debe anular -ganancia igual a cero- y deja intactas las frecuencias que corresponden al ciclo -ganancia igual a uno-.

En Pedersen (1999) se pueden obtener medidas de los efectos distorsivos de un filtro. Dentro de los efectos vinculados a la ganancia, típicamente se pueden distinguir dos situaciones: que el filtro permita pasar frecuencias que pertenecen a la señal que se quiere estimar o que modifique la importancia de frecuencias que deben pasar sin ser modificadas. El primer caso se denomina efecto *Leakage* y el segundo *Compresión*. Ambos pueden resumirse en la diferencia entre la función de

## CUADRO 8

### Efectos distorsivos de la descomposición Tramo Seats

Filtro_TC	LC
TC agregado	0.99
TC agro	0.68
TC industria	1.35

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

ganancia del filtro ideal,  $\Psi(w)$  y la del filtro aproximado  $\hat{\Psi}(w)$ , esto es:

$$LC = 2 \int_w |\hat{\Psi}(w) - \Psi(w)| dw \quad (10)$$

En nuestro caso se aplicaron varios filtros para lograr las estimaciones de los ciclos. Por un lado se aplicó la descomposición Tramo-Seats, que es también un filtro, con la cual se obtienen el componente Tendencia-Ciclo (TC) y la serie ajustada por estación

## CUADRO 9

### Efecto distorsivo de CF

	LC
Mín.	0.95
1Q	1.25
Median	1.43
Mean	1.42
3Q	1.5
Max	2.32

Fuente: Elaboración propia

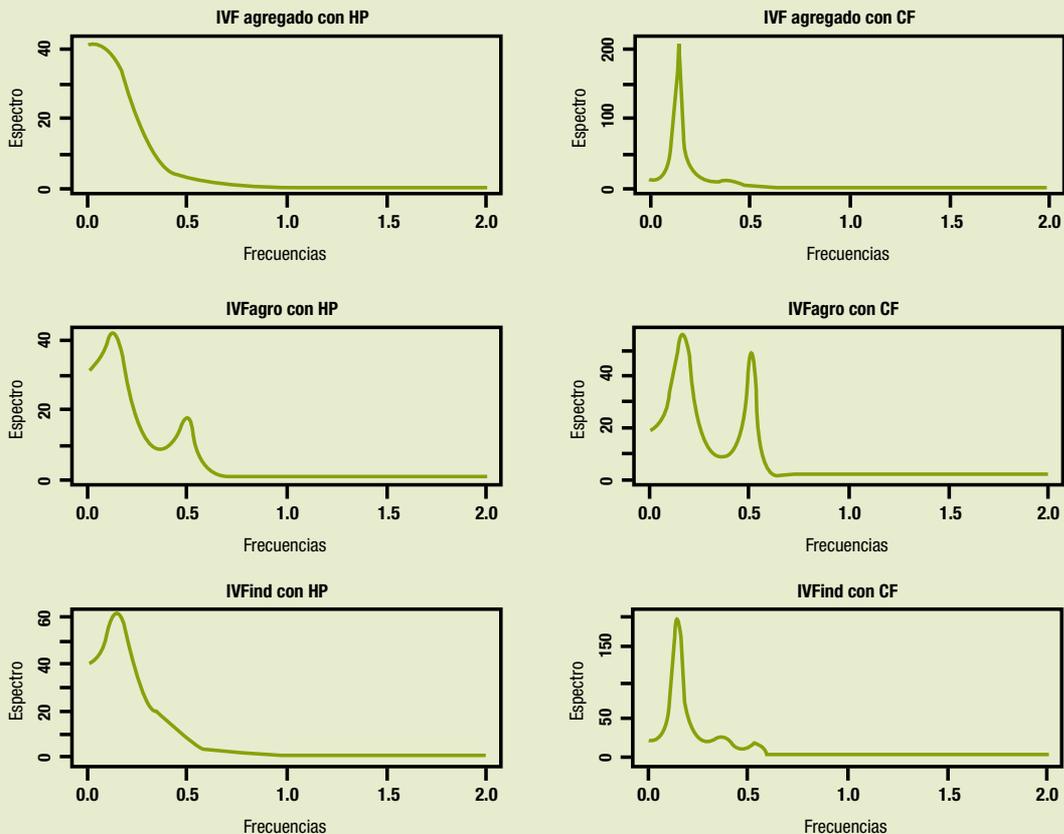
que serán nuestras series de entrada.

Para aplicar el filtro HP se utiliza la serie TC mientras que para estimar el ciclo CF se utiliza como serie de entrada la serie desestacionalizada.

HP es un filtro de paso alto, para estimar el ciclo hay dos opciones, aplicar secuencialmente el filtro, primero uno de paso alto y posteriormente uno de paso

## GRÁFICO 6

### Espectros de los ciclos estimados



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

**CUADRO 10**

**Variabilidad de los ciclos estimados**

Datos	Tendencia	Ciclo	Menor a 6	Total
IVFPIB_hp	0.35	0.62	0.023	11.52
IVFPIB_cf	0.10	0.89	0.001	17.47
Agro_hp	0.27	0.71	0.004	12.34
Indu_hp	0.23	0.72	0.038	18.35
Agro_cf	0.15	0.84	0.004	14.73
Indu_cf	0.13	0.85	0.001	24.04

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

bajo, o trabajar con el componente TC y luego aplicar el filtro paso alto. Esto significa que hay que evaluar la distorsión para las frecuencias asociadas a períodos menores a seis trimestres y aquéllas superiores a 40 trimestres, es decir, qué cosas deja pasar el filtro que no son deseables dentro de la definición de ciclo considerada. Si no se considera el efecto provocado por Tramo-Seats estaríamos dejando de lado la distorsión asociada a las frecuencias más altas.

El efecto distorsivo de HP se estima teniendo en cuenta tanto la distorsión generada de aplicar la descomposición Tramo-Seats para obtener el componente TC, así como el efecto distorsivo que resulta de aplicar el filtro propiamente dicho. En el cuadro 8 se muestra el primero de los efectos distorsivos generado por la descomposición Tramo-Seats.

Para obtener una medida global de la distorsión, sumamos la antes obtenida con la de aplicar el filtro HP de paso alto, que es 0.12. De este modo, los efectos distorsivos son: 1.11 para la serie agregada, 0.8 para la serie agropecuaria y 1.47 para la serie industrial.

En segundo lugar, se calculó el efecto distorsivo para CF. Como se comentó en la sección 2, este filtro genera una función de ganancia para cada frecuencia, por lo que la forma de cálculo de la distorsión se realizará mediante medidas de resumen.

Como el filtro CF es un filtro de pasa banda la medida de LC capta el efecto del filtro tanto para los períodos mayores a 40 trimestres, como aquéllos que son menores a 6 trimestres, en este caso si consideramos el efecto distorsivo generado por la descomposición Tramo Seats estaríamos considerando dos veces el efecto asociado a las frecuencias estacionales, además los ciclos obtenidos tanto con la serie original así como con la serie desestacionalizada son iguales, las diferencias se dan cuando utilizo predicciones.

**CUADRO 11**

**Duración de los ciclos**

Sector	HP	CF
Agregado	36	28.8
Industria	26.97	28.51
Agro Max	31.19	23.76
Agro 2do	7.99	7.86

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCU

En el cuadro 9 se muestran las estadísticas de resumen del efecto distorsivo de CF, en este caso hay que tener en cuenta que el mismo no depende de los datos de entrada, por lo que el efecto es el mismo si estamos considerando la serie de IVFagro así como IVFind.

Los resultados evidencian que la distorsión generada por el filtro HP es menor que la provocada por CF. Sin embargo, hay que tener en cuenta que estos dos filtros no son totalmente comparables con esta medida, ya que en el caso del HP hay una única función de ganancia, mientras que para CF hay una función de ganancia para cada una de las frecuencias consideradas y se utilizaron medidas de resumen para la comparación.

En el caso del agro como para la serie agregada la distorsión media de CF son mayores los efectos distorsivos totales de HP, mientras que para el caso de los datos de la industria el efecto distorsivo de CF es menor.

*Pureza y duración de los ciclos*

Anteriormente los espectros poblacionales de las series originales se utilizaron para identificar las frecuencias asociadas al componente cíclico. Ahora que los ciclos fueron estimados, se puede utilizar el espectro de los mismos para describir sus propiedades. En este apartado se estiman los espectros de los seis ciclos analizados -que se muestran en el gráfico 6- y con ellos se obtiene una medida de la pureza de la señal y una medida de su duración.

La medida de pureza mide qué porción de la variabilidad del ciclo estimado corresponde a frecuencias incluidas en la definición de ciclo. El rango de frecuencias asociado con el ciclo se corresponde con períodos entre 6 y 40 trimestres, por lo tanto, la variabilidad del ciclo debe ser explicada únicamente por dichas frecuencias.

El cuadro 10 muestra cómo se descompone la varianza de cada uno de los ciclos estimados en los ran-

gos de frecuencias asociados con los distintos componentes. Las frecuencias asociadas al componente de tendencia son las menores a  $\frac{2\pi}{40}$  las asociadas al ciclo

son las que pertenecen al intervalo  $(\frac{2\pi}{40}, \frac{2\pi}{6})$  y las aso-

ciadas a los componentes estación e irregular son las mayores a  $\frac{2\pi}{6}$ .

Como medida de pureza de la señal filtrada se propone el indicador

$$P = \frac{\int_{w_0}^{w_6} S_c(w) dw}{\int_0^{\pi} S_c(w) dw}$$

donde  $S_c(w)$  representa el espectro del ciclo estimado y  $w_i$  representa la frecuencia asociada al período de  $i$  trimestres. En el caso del filtro ideal, toda la variabilidad del ciclo está explicada por el rango de frecuencias que lo define, es decir  $(w_{40}, w_6)$ .

Es importante resaltar que para el cálculo antes mencionado se utilizó la estimación paramétrica del espec-

tro, ya que la misma estima mayor cantidad de valores que la estimación no paramétrica permitiendo obtener resultados más precisos para el cálculo de pureza.

Los resultados del cuadro 10 sugieren que el filtro CF tiene como resultado señales más “puras” que el HP, en todos los casos la porción de varianza explicada por las frecuencias cíclicas es mayor en CF que en HP. Además HP es sensiblemente menos puro al estimar el ciclo agregado que los sectoriales mientras que CF no cambia sustancialmente su nivel de pureza.

Respecto de la variabilidad explicada por frecuencias que no corresponden al ciclo, se debe decir que las frecuencias altas, asociadas a la estación irregular son prácticamente anuladas en todos los casos. Sin embargo, las frecuencias asociadas a la tendencia son más difíciles de separar, este efecto es ampliamente conocido y es la razón por la que muchas veces se trabaje sobre el componente tendencia-ciclo.

Con relación a la duración de los ciclos estimados, ésta puede medirse con base en el espectro de los mismos. Todos los espectros presentan un “pico”, que indica la frecuencia en que el espectro se hace máximo, esta frecuencia es la que explica la mayor parte de la variabilidad





del ciclo. El período asociado a la frecuencia máxima representa la duración del ciclo estimado<sup>6</sup>.

El cuadro 11 muestra las periodicidades vinculadas a las frecuencias máximas en cada espectro. En todos los casos se puede observar que las periodicidades máximas quedan contenidas dentro de 6 y 40 trimestres que es como definimos el ciclo. Por otro lado, los resultados anteriores nos muestran que en términos generales los ciclos estimados con CF tienen una menor duración que los estimados con HP.

El ciclo que evidencia mayor duración es el del IVFPIB agregado, definido como 36 trimestres para HP y 28 trimestres para CF. Por otro lado, es de resaltar el caso del IVF agropecuario, el cual presenta dos picos que identifican ciclos de 31 y 7 trimestres según HP y un poco inferiores en el caso de CF.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Álvarez, I., y da Silva, N.**, (2008): "Estimación de la Brecha de Producto Mediante Filtros Lineales". *Mimeo. Informe Final de Pasantía*. Licenciatura en Estadística. Facultad de Ciencias Económicas y Administración. UdelaR.

**BCU**, (2000): "Cuentas Nacionales Metodología de las series Revisadas". *Documento Metodológico*.

**Badagján, A.**, (2003): "Extracción de señales y estimación de ciclos macroeconómicos en los países del Mercosur: un análisis integrado en el dominio del tiempo y de las frecuencias". *Mimeo. Trabajo Monográfico*. Licenciatura de Economía. Facultad de Ciencias Económicas y Administración. UdelaR.

**Baxter, M., King, R.**, (1995): "Measuring Business Cycles Aproximate Band-Pass Filters for Economic Time Series". *NBER. Working Paper N° 5022*. National Bureau of Economic Research.

**Bucacos, E.**, (2001): "Tendencia y ciclo en el producto uruguayo", *Revista de Economía, BCU. Segunda Época*. Vol.VIII, N°2.

**Carbajal, F., Lanzilotta, B., Llambi, C. y Velázquez, C.**, (2007): "La brecha de producto para Uruguay: metodologías para su estimación y su utilidad para el pronóstico de la inflación". CINVE. Presentado en las XXII Jornadas Anuales de Economía del Banco Central del Uruguay.

**Cayen, J. P., y van Norden, S.**, (2005): "The reliability of Canadian Output Gap Estimates". *The North American Journal of Economics and Finance, Elsevier*. Vol. 16(3), pages 373-393.

- Changy, O. y Döpke, J.**, (2001): "Measures of Output Gap in the Euro-Zone: an Empirical Assessment of Selected Methods". *Kiel Working Paper N° 1053*.
- Christiano, L. y Fitzgerald, T.**, (1999): "The Band Pass Filter", National Bureau of Economic Research. *Working Paper N° 7257*.
- Espasa, A. y Cancelo, J. R.**, (1993): "Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica". Editorial Alianza Economía.
- Everts, M.**, (2006): "Band Pass Filters". *Munich Personal Re Pec Archive, MPRA. Paper N° 2049*.
- Gallego, F. y Johnson, Ch.**, (2001): "Teorías y métodos de medición del producto de tendencia: una aplicación al caso de Chile", *Economía Chilena*, Vol. 4, N°2.
- Gómez, V. y Bengoechea, P.**, (2000): "Estimación del Componente Cíclico de las Series Económicas con Filtros Pasabanda: Una Aplicación a los Indicadores de Clima e Índices de Producción Industrial", *Investigaciones Económicas* Ministerio de Economía y Hacienda. Vol. XXIV.
- Gómez, V. y Maravall, A.**, (1996): "Programs TRAMO and SEATS, Instruction for the User". *Working paper N° 9628*. Bank of Spain.
- Hamilton, J.**, (1994): "Time Series Analysis", Princeton University Press.
- Hodrick, R. y Prescott, E.**, (1980): "Post War U.S Business Cycles: An Empirical Investigation". Carnegie Mellon University. *Working Discussion Paper 451*.
- Iacobucci, A. y Noullez, A.**, (2005): "A Frequency Selective Filter for Short-Length Time Series". *Computational Economics*. Vol. 25, pág.75-102.
- Kaiser, R. y Maravall, A.**, (1999): "Estimation of the business cycle: A modified Hodrick - Prescott filter". *Spanish Economic Review N°1*.
- Kaiser, R. y Maravall, A.**, (2002): "A complete model-based interpretation of the Hodrick-Prescott filter: spuriousness reconsidered". Banco de España-Servicio de Estudios. *Documento de Trabajo N° 0208*.
- Kamil, H. y Lorenzo, F.**, (1998): "Caracterización de las Fluctuaciones cíclicas en la economía uruguaya". *Revista de Economía Segunda Época*. Vol.5, N°1.
- Kranendonk, H., Bonenkamp, J., Verbruggen, J.**, (2004): "A Leading Indicator for the Dutch Economy". *CPB Discussion Paper N° 32*. Central Bureau of Policy Analysis.
- Orphanides, A., van Norden, S.**, (2004): "The Reliability of Inflation Forecasts Based on Output Gap Estimates in Real Time". Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.). *Finance and Economics Discussion Series (2004-68)*.
- Pedersen, T.**, (1999): "Spectral Analysis, Business Cycles and Filtering of Economic Time Series. A Survey". *Mimeo*. Institute of Economics, University of Copenhagen.
- Ponce, J.**, (2004): "Una nota sobre empalme y conciliación de series de cuentas nacionales". *Revista de Economía-Segunda Época*. Vol. XI N°2.
- Pollock, S.**, (1999): "A Handbook of Time Series Analysis, Signal Processing and Dynamics". *London Academic Press*.
- Reijer, A. den**, (2002): "International Business Indicators: Measurement and forecasting". *Research Memorandum WO 689*. De Nederlandsche Bank.
- Reijer, A. den**, (2006): "The Dutch business cycle: which indicators should we monitor?". *DBN, Working Paper N° 100*. De Nederlandsche Bank.
- Rodríguez, S., da Silva, N. y Álvarez, I.**, (2007a): "Métodos univariados para la estimación de la brecha de producto en Uruguay: Parte I". Cepal, Oficina Montevideo.
- Rodríguez, S., da Silva, N. y Álvarez, I.**, (2007b): "Métodos univariados para la estimación de la brecha de producto en Uruguay: Parte II". Cepal, Oficina Montevideo.
- Rodríguez, S., da Silva, N. y Álvarez, I.**, (2007c): "Estimación de la brecha de producto sectorial en Uruguay". Cepal, Oficina Montevideo.
- Rodríguez, S. y Badagián, A.**, (2004): "Dinámicas no lineales y ciclos asimétricos en Argentina, Brasil y Uruguay". Instituto de Estadística (IESTA), Facultad de Ciencias Económicas y Administración, UdelAR.
- Ruth, F., van Schouten, B. y Wekker, R.**, (2005): "The Statistics Netherland's Business Cycle Tracer. Methodological aspects; concepts, cycle computational and indicator selection". *Mimeo 2005 -MIC-44, Statistics Netherland*. Division of Macroeconomic Statistics and Publications.
- Schleicher, C.**, (2003): "Essays on the decomposition of economic variables", *Tesis de Doctorado presentada en University of British Columbia*.
- Theoduloz, T.**, (2005): "El producto potencial de la economía uruguaya: 1978-2003". Presentado en las XX Jornadas Anuales de Economía del Banco Central del Uruguay.

## NOTAS

- 1 Este trabajo ha sido realizado en base a los datos del Índice de Volumen Físico del PIB (IVFPIB) uruguayo entre el primer trimestre del año 1975 y el primer trimestre del año 2008, y las series del Índice de Volumen Físico Agropecuario e Industrial entre el primer trimestre de 1988 y primer trimestre de 2008, con base en 1983, revisión 1988.
- 2 En Changny y Döpke se clasifican en Estructurales, No Estructurales, y Directos.
- 3 Otro filtro de tipo pasa-banda desarrollado por Baxter King (1995).
- 4 En particular  $f(w) \leq 1$  cuando  $w \geq \arccos(1/2) \approx 1.05$  que equivale a períodos menores a seis trimestres.
- 5 Los coeficientes estimados son:  $\alpha_1 = -0.097$ ,  $\alpha_2 = -0.0916$ ,  $\alpha_3 = -0.0789$  y  $\alpha_4 = -0.00023$ .
- 6 En el caso del IVF agregado para HP el espectro estimado mediante el método paramétrico no presenta un pico definido. Por ello se utilizó, únicamente en este caso, una estimación no paramétrica del mismo, para determinar la duración.