

## Resumen

La teoría clásica de la ciencia Actuarial ha realizado la mayor parte de sus desarrollos considerando la tasa de interés como un componente determinístico e incluso constante en el tiempo. En este sentido las variables aleatorias consideradas en los cálculos estaban relacionadas con  $X$  (edad de muerte de un recién nacido),  $T(x)$  (tiempo de supervivencia de una persona de edad  $x$ ) y  $K(x)$  (tiempo de supervivencia medida en años enteros de una persona de edad  $x$ ). En este trabajo se realizará una primera aproximación a la modelización de la tasa de interés como otro componente estocástico y se estudiará su impacto en el tratamiento de los seguros de muerte y rentas de vida tradicionales.

Para ello se analizarán varias alternativas de modelos. Como una primera alternativa, se modelará la tasa de interés como variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d). Luego se levantará el supuesto de independencia y se modelará la tasa de interés con modelos de series de tiempo univariados.

## Introducción

Hay varios métodos para incorporar la variabilidad de la tasa de interés en los modelos actuariales. Un primer esquema es considerar escenarios de tasa de interés preestablecidos. Los escenarios son secuencias de tasas de interés, indexadas por el tiempo, que serán utilizadas junto a otros supuestos y el principio de equivalencia para la determinación de premios y reservas. Un segundo esquema son los modelos estocásticos que se basan frecuentemente en un análisis de los datos históricos. Este método está típicamente centrado en los datos, y tanto la determinación del modelo como la estimación de sus parámetros se basa en los datos históricos. Los datos de algunos mercados de capitales pueden soportar la realización de un supuesto por el cual se considera las tasas efectivas anuales como variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Otros datos pueden soportar la realización de una hipótesis por la cual se consideran las tasas efectivas anuales como variables aleatorias dependientes. Cada una de estas clases de modelos pueden ser divididos en aquellos en los cuales la información económica relevante es capturada en las tasas de interés observadas y aquellos en los cuales las tasas de interés son modelizadas como dependientes de otras variables económicas incorporadas al modelo.

## Objetivo

El objetivo general del documento es incorporar en el análisis de una primera gran área temática vinculada al campo actuarial (los seguros de muerte y las rentas de vida tradicionales) el tratamiento de la tasa de interés como variable aleatoria desde una perspectiva conceptual y luego llevar a cabo en forma aplicada los desarrollos concretos involucrados en la resolución de los cálculos.

## Metodología

Usaremos  $I_k$  para denotar la variable aleatoria tasa de interés en el  $k$ -simo período de la transacción; esto es,  $I_k$  es la tasa efectiva de interés de un período para ese  $k$ -simo período: 1 al final del período tiene un valor presente de  $1/(1+I_k)$  al comienzo del período. Tratar en forma determinística la tasa de interés es similar a considerar que la distribución de las  $I_k$  con  $k = 1, 2, \dots, n$  tiene una distribución degenerada con  $P(I_k = i) = 1$  con  $k = 1, 2, \dots, n$

Sea el factor de descuento:  $\tilde{v}_n = \prod_{k=1}^n (1+I_k)^{-1}$  y  $\tilde{v}_0 = 1$

1) Una primera modelización consiste en modelar dicho factor como una variable aleatoria Lognormal con los siguientes parámetros:

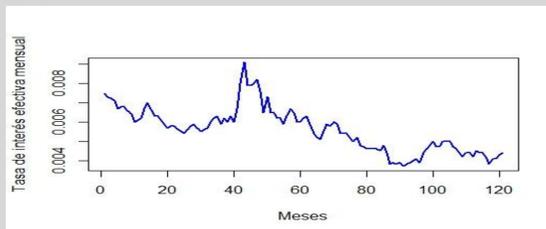
$$Esp = \exp(-n(\delta - \frac{\sigma^2}{2})), Var = (e^{n\sigma^2} - 1) \cdot (e^{n(-2\delta + \sigma^2)})$$

2)  $v_1 \sim$  Lognormal según parámetros mencionados en punto 1 e  $I_k \sim Uni(0, b)$  ( $k=2, \dots, n$ ) con  $b = ((1-v_1)/v_1) + 0.005$ . Además se incorporan shocks aleatorios tal que con el 10% de probabilidad la tasa puede modificarse un hasta un 10%.

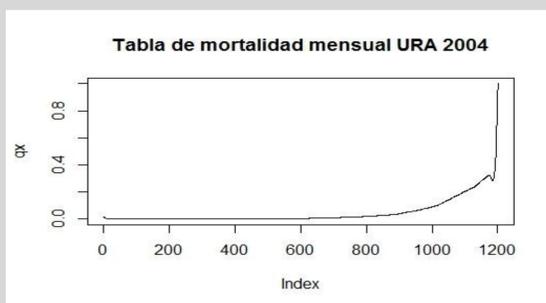
Se realizarán simulaciones Monte Carlo para el cálculo del premio puro único de un seguro de vida entera y para el cálculo del premio puro único de una renta de vida entera para una persona de 40 años cuyo beneficio es de \$1.

## Resultados empíricos

**Tasa de interés histórica:** Información proveniente la Bolsa Electrónica de Valores del Uruguay S.A (BEVSA). Serie de datos de las tasas efectivas anuales para instrumentos con vencimientos a 30 años (CUD-BEVSA). El período considerado fue de 10 años, desde Junio 2005 a Junio 2015.

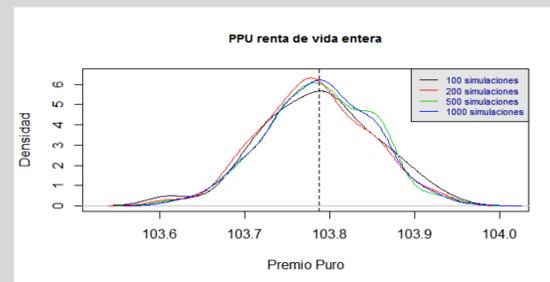
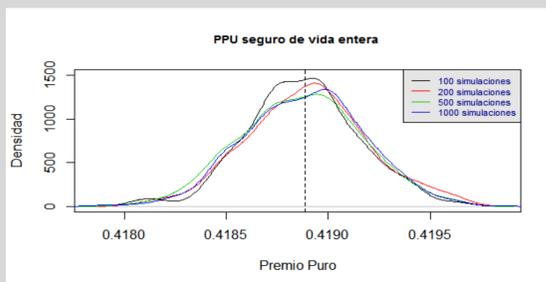


**Tabla de mortalidad:** se utiliza a los efectos de obtener resultados empíricos, la tabla de mortalidad URA 2004 publicada por el Instituto Nacional de Estadística (INE).

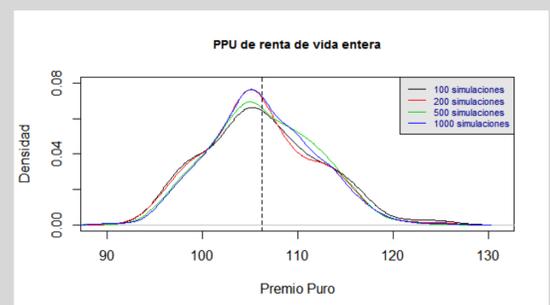
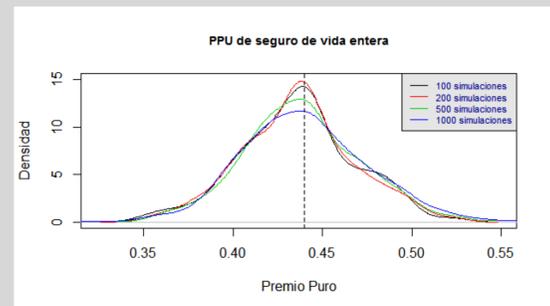


Modelos independientes de tasas de interés:

1) Modelo Lognormal del factor de descuento



2) Modelo Mixtos con shocks:



## Conclusiones

Historicamente se han desarrollado diversos estudios y análisis respecto del área Actuarial considerando como variables aleatorias aquellas relacionadas al riesgo (muerte, invalidez, etc). Sin embargo pocos han sido los estudios del impacto en la aleatorización de la tasa de interés implícito en dichos cálculos.

En el presente trabajo se desarrollaron primeras aproximaciones a la consideración de la tasas de interés como variables aleatorias independientes en el tiempo y se estudió su impacto en los cálculos de premios puros únicos tanto para un seguro de vida entera como para una renta de vida entera.

Estas aproximaciones estarían dando una definición alternativa a los premios puros únicos, que podrían colaborar a la construcción de productos que se adapten mejor a nuestro mercado financiero y a su vez sean más atractivos para los clientes.

**Futuros pasos:** modelar la tasa de interés según modelizaciones de serie de tiempo univariadas no lineales (TAR, MTAR, etc)

## Bibliografía

- [1] Becker, D.N 1991 "Statistical Test of the Lognormal Distribution as a basis for interest rate changes", Transactions of the Society of Actuaries XLIII:7-57
- [2] Bellhouse, D.R., y Panjer, H.H. 1980, "Stochastic modelling of interest rates with applications to Life Insurance", Journal of Risk and Insurance 47: 91-110
- [3] Boyle, P.P. 1992 "Options and the management of financial risk". Schaumburg, I.I.: Society of actuaries.
- [4] Giacotto, C. 1986 "Stochastic Modelling of interest rates: Actuarial vs. Equilibrium Approach" Journal of Risk and Insurance 53:435-53
- [5] Bowers Jr., N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbitt C.J., 1997, Society of actuaries, "Actuarial Mathematics"
- [6] Jetton, M.F. 1988 "Interest Rate Scenarios" Transactions of the Society of Actuaries XL, Part 1423-37